



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA
Jabatan Pendidikan Wilayah Persekutuan Kuala Lumpur

MODUL PENTAKSIRAN (ModP)

MATEMATIK TAMBAHAN

SPM 2021

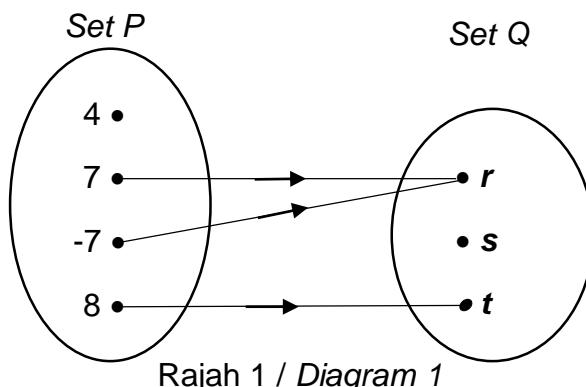
UNIT SAINS DAN MATEMATIK
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH
PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

TAJUK: FUNGSI
CONTOH ITEM KERTAS 1 (BAHAGIAN A)

Soalan 1 (TP2)

Rajah di bawah menunjukkan hubungan antara set P dan set Q.

The diagram below shows the relation between set P and set Q.



- Nyatakan imej bagi 8,
State the image of 8,
- Nyatakan julat bagi hubungan itu.
State the range of the relation,
- Tentukan sama ada hubungan tersebut adalah fungsi atau tidak.
Berikan alasan bagi jawapan anda.
Determine whether the relation given is a function or not. Give a reason for your answer.

[4 markah]

[4 marks]

Soalan 2 (TP3)

Diberi $f(x) = |5x - 3|$ dan $f(x) = 12$.

Given $f(x) = |5x - 3|$ and $f(x) = 12$,

- Cari nilai-nilai bagi x.
Find the values of x.
- Cari $f(-1)$
Find $f(-1)$

[5 markah]

[5 marks]

MODUL PENTAKSIRAN (ModP) MATEMATIK TAMBAHAN**PdP/PdPR 2021****MATEMATIK TAMBAHAN SPM****Panduan Guru: Cadangan Penggunaan**

- 1 **ModP Matematik Tambahan 2021** disusun berdasarkan sukatan (bidang) dan format peperiksaan baharu KSSM.
- 2 **ModP Matematik Tambahan 2021** bertujuan untuk membiasakan murid-murid terhadap format baharu Matematik Tambahan 3472/2 SPM.
- 3 **ModP Matematik Tambahan 2021** ini ditulis sebagai satu panduan untuk membantu proses mengingat kembali (*recall*) atau membuat ulangkaji sumatif untuk sesuatu bidang bagi menguasai kemahiran asas sehingga aras tinggi. Dengan menggunakan Modul ini, diharapkan ia dapat membantu murid untuk lebih bermotivasi dan berkeyakinan untuk menduduki peperiksaan kertas Matematik Tambahan SPM.
- 4 **ModP Matematik Tambahan 2021** ini dicadangkan untuk digunakan selepas murid-murid selesai mempelajari semua tajuk Matematik Tambahan Tingkatan 4 dan 5.

CATATAN

ModP Matematik Tambahan 2021 sesuai digunakan oleh semua murid pelbagai aras untuk mencapai tahap **CEMERLANG** dalam peperiksaan kertas Matematik Tambahan SPM.

**SENARAI NAMA
PANEL PENULIS ModP MATEMATIK TAMBAHAN**



ROHAIZA RAMLI
SMA MAIWP



ZULHANIF
SMISTA MAIWP



GAN FEI TING
SMK Seri Bintang Selatan



JUSMAWIAH JUSOH
UNIT SAINS & MATEMATIK
JPWP KL



NOR FARIZEAN
SMISTA MAIWP



FARAH HANUM RAMLY
SMK Seri Saujana



ROHAIDA IBRAHIM
SMK Seri Saujana



NURUL AINI
SMK Bandar Tasik Selatan



EZA HAMNI
SMK Seri Ampang



SITI ZUBAIDAH
SMK Sungai Pusu



MOHD NOR AZHA
MAKTAB TENTERA DIRAJA



NOORLIAH AHMAT
SM Teknik KL



NOR AZURA
SMK Seri Bintang Utara



RUSZITA ABDUL HAMID
SMK Taman Seri Rampai



LEE CHAI YUEN
MAKTAB TENTERA DIRAJA

ISI KANDUNGAN**TINGKATAN 4 DAN 5**

BIL	TAJUK	MUKA SURAT
1	Fungsi	1 – 12
2	Fungsi Kuadratik	13 – 20
3	Sistem Persamaan	21 – 31
4	Indeks Dan Logaritma	32 – 43
5	Janjang	44 – 52
6	Hukum Linear	53 – 58
7	Geometri Koordinat	59 – 66
8	Vektor	67 – 73
9	Penyelesaian Segi Tiga	74 – 80
10	Nombor Indeks	81 – 90
11	Sukatan Membulat	91 - 104
12	Pembezaan	104 – 116
13	Pengamiran	117 – 126
14	Pilih Atur dan Gabungan	127 – 130
15	Taburan Kebarangkalian	131 – 141
16	Fungsi Trigonometri	142 – 150
17	Pengaturcaraan Linear	151 – 162
18	KInematik Gerakan Linear	162 – 167

SENARAI RUMUS

Rumus-rumus berikut boleh membantu anda menjawab soalan. Simbol-simbol yang diberi adalah yang biasa digunakan.

The following formulae may be helpful in answering the questions. The symbols given are the ones commonly used.

$$1. \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$2. \quad \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$3. \quad T_n = a + (n-1)d$$

$$4. \quad T_n = ar^{n-1}$$

$$5. \quad S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$6. \quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1} = \frac{a(1 - r^n)}{1-r}, \quad r \neq 1$$

$$7. \quad Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$8. \quad P(X = r) = {}^nC_r p^r q^{n-r}, \quad p + q = 1$$

$$9. \quad {}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$10. \quad {}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$11. \quad I = \frac{Q_1}{Q_0} \times 100$$

$$12. \quad \bar{I} = \frac{\sum W_i I_i}{\sum W_i}$$

$$13. \quad \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$14. \quad \operatorname{sek}^2 A = 1 + \tan^2 A$$

$$\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$$

$$15. \quad \operatorname{kosek}^2 A = 1 + \operatorname{kot}^2 A$$

$$\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \operatorname{cot}^2 A$$

$$16. \quad \sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$17. \quad \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$18. \quad \tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

$$19. \quad \sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$20. \quad \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$= 2 \cos^2 A - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$= 2 \cos^2 A - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 A$$

$$21. \quad \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$21. \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$23. \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$24. \quad \text{Luas segitiga / Area of triangle}$$

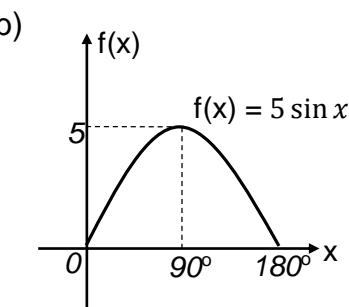
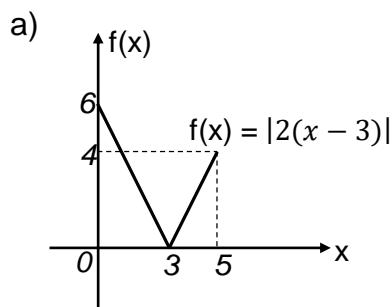
$$= \frac{1}{2} ab \sin C$$

Soalan 3 (TP2)

Berdasarkan graf yang ditunjukkan di bawah,

Based on the graph shown below,

- tentukan domain dan julat bagi fungsi tersebut.
determine the domain and range of the function.
- nyatakan sama ada fungsi songsangan wujud atau tidak.
state whether the inverse function exist or not.



[6 markah]

[6 marks]

Soalan 4 (TP4)

Maklumat berikut adalah mengenai fungsi h dan fungsi gubahan h^2 , dengan keadaan a dan b adalah pemalar.

The following information is about the function h and the composite function h^2 , where a and b are constants.

$$h : x \rightarrow ax + 3$$

$$h^2 : x \rightarrow 64x + b$$

- Cari nilai-nilai yang mungkin bagi a dan b .

Find the possible values of a and of b .

[5 markah]

[5 marks]

CONTOH ITEM KERTAS 1 (BAHAGIAN B)

Soalan 5(TP4)

Diberi fungsi $g : x \rightarrow 3x - 8$.

Given a function $g : x \rightarrow 3x - 8$.

a) Cari

Find

- i) $g(-1)$
- ii) nilai x apabila imejnya 0.
the value of x when the image is 0.
- iii) nilai x apabila $g(x)$ memeta kepada dirinya sendiri.
the value of x when $g(x)$ maps onto itself.
- iv) nilai h dengan keadaan $g(4 - h) = 2h$.
the value of h such that $g(4 - h) = 2h$.

b) Jika diberi $g(p) = 3q + 1$, ungkapkan p dalam sebutan q .

If given $g(p) = 3q + 1$, express p in terms of q .

[8 markah]

[8 marks]

TAJUK: FUNGSI

CONTOH ITEM KERTAS 2 (BAHAGIAN A)

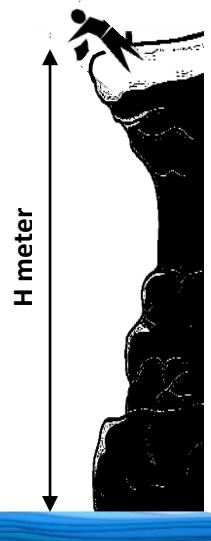
Soalan 1 (TP3)

- a) Azizi berdiri di hujung suatu cenuram dan mencampakkan seketul batu dari situ. Cenuram itu berketinggian 45 meter dari aras laut seperti yang ditunjukkan dalam gambar rajah.

Ketinggian batu itu dari aras laut, H meter, selepas t saat, diberi secara anggaran oleh fungsi $H(t) = 45 - 5t^2$.

Azizi stands at the edge of a cliff and throws a stone from there. The cliff is 45 meter above the sea level as shown in the figure.

The height of the stone from the sea level, H meter, after t seconds, approximately given by the function $H(t) = 45 - 5t^2$.



Rajah 1a / Diagram 2a

- i) Nyatakan ketinggian batu itu dari paras laut selepas 1.2 saat dilepaskan.

State the height of the stone from the sea level after 1.2 seconds being released.

- ii) Setelah berapa saat dilepaskankah batu itu akan mencecah permukaan air?

How long after being released does the stone will touch the water surface?

[3 markah]
[3 marks]

- b) Rajah dibawah menunjukkan pemetaan bagi fungsi $f : x \rightarrow |1 - 2x|$.

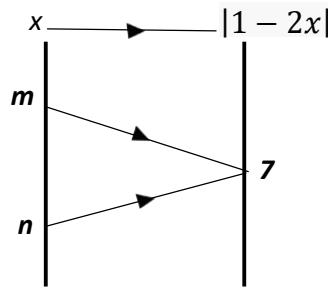
The diagram below shows the mapping of function $f : x \rightarrow |1 - 2x|$.

- i) Cari nilai m dan n jika diberi $m > n$.

Find the value of m and of n if given $m > n$.

- ii) Nyatakan jenis hubungan bagi fungsi tersebut.

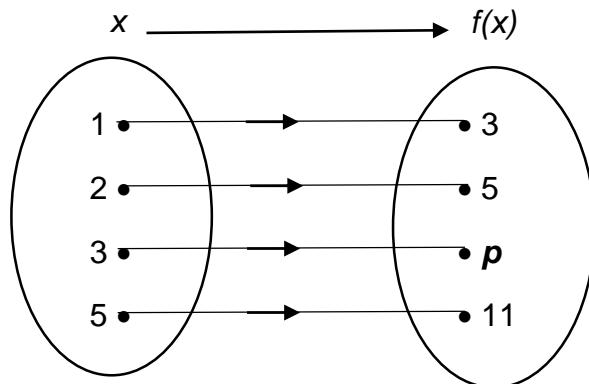
State the type of relation of that function.



[5 markah]
[5 marks]

Rajah 1b / Diagram 1b

Soalan 2 (TP5)



Rajah 2a / Diagram 2a

Rajah di atas menunjukkan suatu fungsi f .

The diagram above shows a function f .

- a) Tentukan objek bagi 5.

Determine the object of 5.

- b) Nyatakan nilai bagi p .

State the value of p .

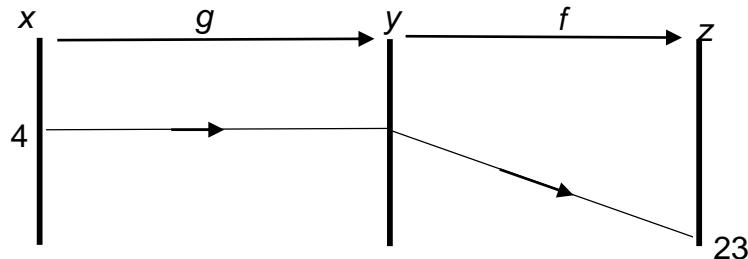
- c) Seterusnya, dengan menggunakan tatacara fungsi, ungkapkan fungsi f dalam sebutan x .

Hence, by using function notation, express f function in terms of x .

- d) Rajah dibawah menunjukkan gabungan fungsi f dan g yang memetakan 4 kepada 23. Diberi $g(x) = x^2 - q$, dengan q ialah suatu pemalar. Cari nilai bagi q .

The diagram below shows the composite function of f and g that maps 4 to 23.

Given that $g(x) = x^2 - q$, where q is a constant. Find the value of q .



Rajah 2d / Diagram 2d

[7 markah]
[7 marks]

CONTOH ITEM KERTAS 2 (BAHAGIAN B)

Soalan 3 (TP3)

Fungsi-fungsi f dan g ditakrifkan oleh $f : x \rightarrow x + 4$ dan $g : x \rightarrow x^2 + 2$.

The functions f and g are defined by $f : x \rightarrow x + 4$ and $g : x \rightarrow x^2 + 2$.

- a) Cari ungkapan bagi fg dan gf ,

Find the expressions for fg and gf ,

[2 markah]
[2 marks]

- b) Seterusnya, cari nilai-nilai x apabila

Hence, find the values of x when

- (i) $f = g$
(ii) $fg = gf$

[4 markah]
[4 marks]

- c) Tentukan suatu nilai yang akan berubah menjadi tiga kali ganda apabila dijadikan sebagai objek bagi fungsi f .

Determine a value that will change to three times when used as an object for the function f .

[2 markah]
[2 marks]

- d) Adakah fungsi $g : x \rightarrow x^2 + 2$ mempunyai fungsi songsangan? Berikan alasan anda.

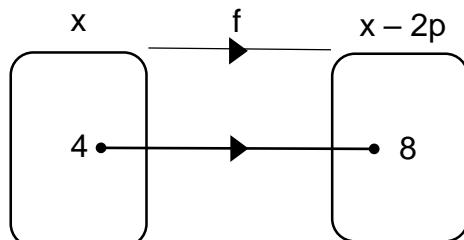
Does the function $g : x \rightarrow x^2 + 2$ have an inverse function? Give your reason.

[2 markah]
[2 marks]

Soalan 4 (TP4)

- a) Rajah menunjukkan suatu fungsi $f : x \rightarrow x - 2p$, dengan keadaan p ialah pemalar.

The diagram shows a function $f : x \rightarrow x - 2p$, where p is a constant.



Rajah 4a / Diagram 4a

- i) Nyatakan nilai $f^{-1}(8)$,
State the value of $f^{-1}(8)$,
- ii) Cari nilai bagi p
Find the value of p
- iii) Tuliskan fungsi f^{-1} dalam sebutan x .
Write the function of f^{-1} in terms of x .
- iv) Cari nilai bagi q jika $f(q) = 20$.
Find the value of q if $f(q) = 20$.

[5 markah]
[5 marks]

- b) Diberi $f(x) = x - 2$ dan $fg(x) = \frac{5+x}{3-x}$, $x \neq k$. Cari

Given $f(x) = x - 2$ and $fg(x) = \frac{5+x}{3-x}$, $x \neq k$. Find

- i) nilai bagi k ,
the value of k ,
- ii) $g(x)$,
- iii) nilai bagi x jika $gf(x) = 4$.
the value of x if $gf(x) = 4$.

[5 markah]
[5 marks]

Soalan 5 (TP5)

- a) Diberi fungsi $f : x \rightarrow 3x + m$ dan fungsi songsangannya $f^{-1} : x \rightarrow nx - \frac{8}{3}$. Cari

It is given that the function $f : x \rightarrow 3x + m$ and its inverse function $f^{-1} : x \rightarrow nx - \frac{8}{3}$.

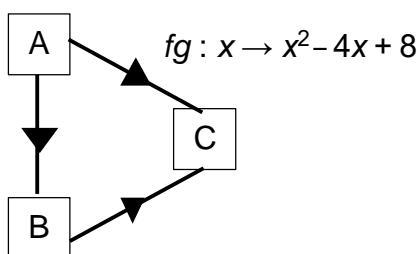
Find

- i) nilai bagi m dan n
the value of m and of n.
- ii) $f(5)$
- iii) nilai k jika $f^{-1}f(k) = 10$.
the value of k if $f^{-1}f(k) = 10$.

[5 markah]
[5 marks]

- b) Rajah 5b menunjukkan hubungan antara set A, set B dan set C.

Diagram 5b shows the relation between set A, set B and set C.



Rajah 5b / Diagram 5b

Diberi bahawa set A dipetakan kepada set B oleh fungsi $x - 2$ dan dipetakan kepada set C oleh fungsi $fg : x \rightarrow x^2 - 4x + 8$.

It is given that set A maps to set B by the function $x - 2$ and maps to set C by $fg : x \rightarrow x^2 - 4x + 8$.

- i) Tulis fungsi yang memetakan set A kepada set B dengan menggunakan tatatanda fungsi.

Write a function that maps set A to set B using function notation.

- ii) Cari fungsi yang memetakan set B kepada set C.

Find the function which maps set B to set C.

- iii) Cari nilai-nilai yang mungkin bagi x jika $fg(x) = 5$.

Find all the possible values of x if $fg(x) = 5$.

[5 markah]
[5 marks]

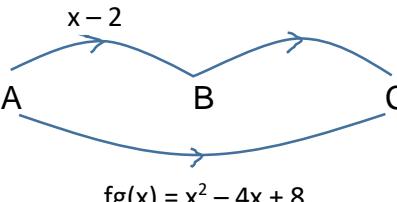
JAWAPAN BAGI SOALAN FUNGSI KERTAS 1

SOALAN	PENYELESAIAN	MARKAH
1	a) Imej $8 = t$ b) Julat $= \{ r, t \}$ c) Bukan fungsi Kerana tidak semua unsur dalam domain mempunyai imej.	1 1 1 1
2	a) $f(x) = 5x - 3 = 12$ $5x - 3 = 12$, $5x - 3 = -12$ $5x = 15$ $5x = -9$ $x = 3,$ $x = -\frac{9}{5}$ b) $f(-1) = 5(-1) - 3 $ $= -8 = 8$	1, 1 1, 1 1
3	a) i) Domain $= \{ x: 0 \leq x \leq 5 \}$ Julat $= \{ f(x) : 0 \leq f(x) \leq 6 \}$ ii) Fungsi songsang tidak wujud b) i) Domain $= \{ x: 0^\circ \leq x \leq 180^\circ \}$ Julat $= \{ f(x) : 0 \leq f(x) \leq 5 \}$ ii) Fungsi songsang tidak wujud	1 1 1 1 1 1
4	Diberi $h : x \rightarrow ax + 3$ dan $h^2 : x \rightarrow 64x + b$ $h^2(x) = a(ax + 3) + 3$ $h^2(x) = a^2x + 3a + 3$ (Bandingkan) $a^2 = 64$ $a = \sqrt{64} = \pm 8$ $b = 3a + 3$ $b = 3(8) + 3 = 27$, $b = 3(-8) + 3 = -21$ (kedua²nya)	 1 1 1 1 1 1
5	$g(x) = 3x - 8$ a) i) $g(-1) = 3(-1) - 8 = -11$ ii) $3x - 8 = 0$ $x = \frac{8}{3}$ iii) $3x - 8 = x$ $2x = 8$	1 1 1 1

	$x = 4$ iv) $g(4 - h) = 2h$ $3(4 - h) - 8 = 2h$ $4 - 5h = 0$ $h = \frac{4}{5}$ b) $3p - 8 = 3q + 1$ $p = q + 3$	1 1 1 1 1
--	---	-----------------------

JAWAPAN BAGI SOALAN FUNGSI KERTAS 2

SOALAN	PENYELESAIAN	MARKAH
1	a) i) apabila $t = 1.2$ $H(1.2) = 45 - 5(1.2)^2$ $= 37.8$ ii) $45 - 5t^2 = 0$ $t^2 = 9$ $t = 3$ b) i) $f(x) = 1 - 2x = 7$ $1 - 2x = 7 , 1 - 2x = -7$ $x = -3 \quad x = 4$ $m > n \text{ maka } m = 4, n = -3$ ii) Hubungan banyak dengan satu	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
2	a) Objek $5 = 2$ b) $p = 7$ c) $f(x) = 2x + 1$ d) $fg(4) = 23$ $g(4) = 4^2 - q = 16 - q$ $f[g(4)] = 2(16 - q) + 1 = 23$ $33 - 2q = 23$ $q = 5$	1 1 1 1 1 1 1 1
3	$f(x) = x + 4$ dan $g(x) = x^2 + 2$ a) $fg(x) = (x^2 + 2) + 4$ $= x^2 + 6$ $gf(x) = (x+4)^2 + 2$ $= x^2 + 8x + 18$	1 1

	$\frac{11 - (x-2)}{3 - (x-2)} = 4$ $13 - x = 20 - 4x$ $x = \frac{7}{3}$	1 1
5	<p>f : x → 3x + m dan f⁻¹ : x → nx − $\frac{8}{3}$.</p> <p>a) i) $y = 3x + m$</p> $x = \frac{y - m}{3}$ $f^{-1}(x) = \frac{x - m}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{m}{3}$ <p>maka m = 8 dan n = $\frac{1}{3}$</p> <p>ii) $f(x) = 3x + 8$</p> $f(5) = 3(5) + 8$ $= 23$ <p>iii) $f^{-1}f(k) = 10$</p> $k = 10$  $fg(x) = x^2 - 4x + 8$ <p>i) $g(x) = x - 2$</p> <p>ii) $fg(x) = x^2 - 4x + 8$</p> $f(x - 2) = x^2 - 4x + 8$ <p>Let $y = x - 2$, $x = y + 2$</p> $f(y) = (y+2)^2 - 4(y+2) + 8$ $f(y) = y^2 + 4$ $f(x) = x^2 + 4$ <p>iii) $fg(x) = 5$</p> $x^2 - 4x + 8 = 5$ $x^2 - 4x + 3 = 0$ $(x - 3)(x - 1) = 0$ $x = 3, x = 1$	1 1 , 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

➤ **FUNGSI KUADRATIK / QUADRATIC FUNCTION**

1. Cari nilai k di mana garis $y = 2x + k$ adalah tangent kepada lengkung $y = x^2 - 4x + 4$

Find the value of k for which $y = 2x + k$ is a tangent to the curve $y = x^2 - 4x + 4$.

[3 markah]
[3 marks]

2. Cari julat nilai-nilai k apabila garis $y = x - 5$ memintas lengkung $y = kx^2 - 6$ pada dua titik yang berbeza.

Find the range of values of k for which $y = x - 5$ intersects the curve $y = kx^2 - 6$ at two distinct points.

[3 markah]
[3 marks]

3. Cari nilai-nilai k di mana garis $y = kx - 3$ tidak memintas lengkung $y = x^2 - 2x + 1$.

Find the values of k for which $y = kx - 3$ does not intersect the curve $y = x^2 - 2x + 1$.

[3 markah]
[3 marks]

4. Jika α dan β merupakan punca-punca bagi persamaan $2x^2 - 4x - 3 = 0$ dan $\alpha > \beta$, cari nilai bagi setiap yang berikut.

If α and β are the roots of the equation $2x^2 - 4x - 3 = 0$, where $\alpha > \beta$, find the value of each of the following.

a) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

b) $\alpha^2 + \beta^2$

c) $\alpha - \beta$

[9markah]
[9 marks]

5. Ungkapkan $x^2 - 3x + 5$ dalam bentuk $a(x-b)^2 + c$, di mana a , b dan c adalah pemalar.

Kemudian, nyatakan

Express $x^2 - 3x + 5$ in the form of $a(x-b)^2 + c$, where a , b and c are constants.

Hence, state

a) nilai minimum bagi $x^2 - 3x + 5$

the minimum value of $x^2 - 3x + 5$

b) nilai x apabila nilai minimum wujud

the value of x at which the minimum value occurs.

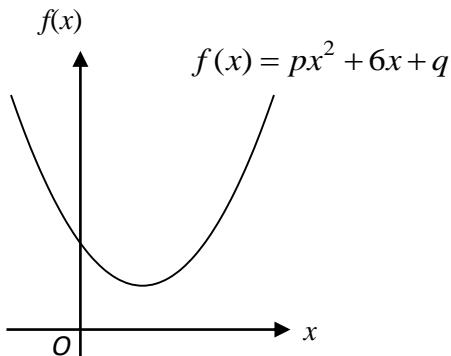
Lakarkan graf bagi $y = x^2 - 3x + 5$

Sketch the curve of $y = x^2 - 3x + 5$

[8 markah]
[8 marks]

6. Rajah menunjukkan graf fungsi kuardatik $f(x) = px^2 + 6x + q$, dengan keadaan p dan q ialah pemalar.

Diagram shows a graph quadratic function $f(x) = px^2 + 6x + q$, where p and q are constants.



a) Diberi p ialah suatu integer dengan keadaan $p > 0$, nyatakan nilai minimum p

Given p is an integer such that $p > 0$, state the minimum value of p .

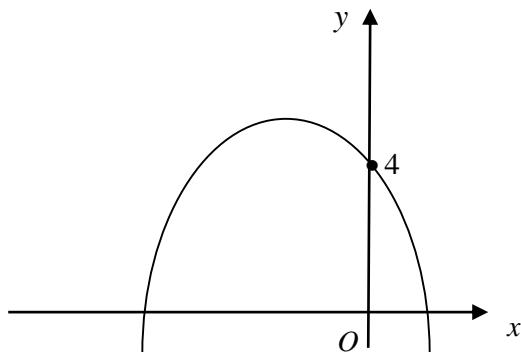
b) Dengan menggunakan jawapan dari (a), cari julat bagi nilai-nilai q .

Using the answer in (a), find the range of values of q .

[3 markah]
[3 marks]

7. Rajah menunjukkan graf bagi lengkung $y = f(x)$

Diagram shows the graph of a curve $y = f(x)$.

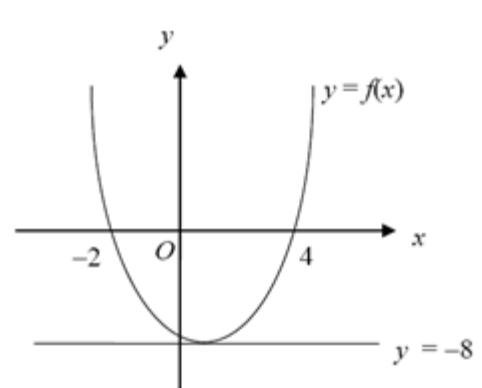


Diberi titik maksimum bagi graf $y = f(x)$ ialah $(-1, 6)$, cari persamaan bagi lengkung itu dalam bentuk $f(x) = a(x + p)^2 + q$.

Given the maximum point of the graph $y = f(x)$ is $(-1, 6)$, find the equation of the curve in the form of $f(x) = a(x + p)^2 + q$. [3 markah]
[3 marks]

8. Rajah menunjukkan graf fungsi kuadratik, $f(x) = (x - k)^2 + r$. dengan keadaan k dan r adalah pemalar.

Diagram shows the graph of quadratic function, $f(x) = (x - k)^2 + r$. where k and r are constants.



Nyatakan / State :

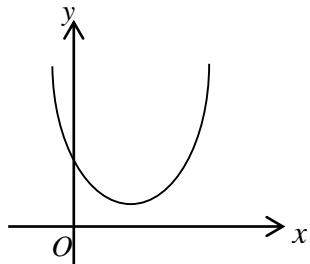
(a) nilai k , nilai r dan persamaan bagi paksi simetri.

the value of k , the value of r and the equation of axis of symmetry.

[3 markah]
[3 marks]

9. Rajah menunjukkan graf bagi lengkung $y = x^2 + (p - 2)x + 2(8 - p)$

Diagram shows the graph of the curve of $y = x^2 + (p - 2)x + 2(8 - p)$



Cari julat nilai p .

Find the range of values of p .

[3 markah]

[3 marks]

JAWAPAN FUNGSI KUADRATIK

BIL	JAWAPAN	MARKAH
1.	$x^2 - 4x + 4 = 2x + k$ $x^2 - 6x + (4 - k) = 0$ <p>Since the line is a tangent to the curve, $b^2 - 4ac = 0$.</p> $(-6)^2 - 4 \times 1 \times (4 - k) = 0$ $36 - 16 + 4k = 0$ $k = -5$	
2.	$kx^2 - 6 = x - 5$ $kx^2 - x - 1 = 0$ <p>Since the line intersects the curve at two distinct points, $b^2 - 4ac > 0$.</p> $(-1)^2 - 4 \times k \times (-1) > 0$ $1 + 4k > 0$ $k > -\frac{1}{4}$	
3	$x^2 - 2x + 1 = kx - 3$ $x^2 - x(2+k) + 4 = 0$ <p>Since the line and curve do not intersect, $b^2 - 4ac < 0$.</p> $(2+k)^2 - 4 \times 1 \times 4 < 0$ $k^2 + 4k + 4 - 16 < 0$ $k^2 + 4k - 12 < 0$ $(k+6)(k-2) < 0$ <p>Critical values are -6 and 2. So $-6 < k < 2$.</p>	

4. $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-4)}{2} = 2$ $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2}$	a) $\begin{aligned}\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2}{-\frac{3}{2}} \\ &= -\frac{4}{3}\end{aligned}$
b) $\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 2^2 - 2\left(-\frac{3}{2}\right) = 7\end{aligned}$	
c) $\begin{aligned}(\alpha - \beta)^2 &= \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta \\ &= 7 - 2\left(-\frac{3}{2}\right) = 10\end{aligned}$ Since $\alpha > \beta$, $\alpha - \beta = \sqrt{10}$	

7.	$(x+1)^2 + 6$ $4 = (0+1)^2 + 6 \quad or \quad a = -2$ $f(x) = -2(x+1)^2 + 6.$	
8.	a) $k = 1$ b) $r = -8$ c) $x = 1$	
9.	$-10 < p < 6$ $(p+10)(p-6) < 0 \quad \text{or} \quad \begin{array}{c} \text{graph of } y = (p+10)(p-6) \\ \text{with roots at } p = -10 \text{ and } p = 6 \\ \text{the parabola opens upwards, so the solution is between the roots.} \end{array}$ $(p-2)^2 - 4(2)(8-p) < 0$	

SISTEM PERSAMAAN / SYSTEM OF EQUATION

1. Selesaikan persamaan linear serentak menggunakan kaedah penggantian. (TP2)

b)
$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 16 \\ 3x - y + 2z &= 19 \\ 4x + 3y + 3z &= 18 \end{aligned}$$

a)
$$\begin{aligned} x - 2y + 4z &= 76 \\ 5x + 6y - 3z &= -40 \\ 7x - 4y - 2z &= 82 \end{aligned}$$

2. Selesaikan persamaan linear serentak berikut menggunakan kaedah penghapusan. (TP2)

a)
$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 1 \\ -3x + y + 3z &= -4 \\ x + y - 2z &= 7 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 6x - 2y - z &= 9 \\ 3x + y - 2z &= -11 \\ x + 3y + 3z &= 4 \end{aligned}$$

3. Selesaikan persamaan serentak berikut menggunakan kaedah penggantian. (TP2)

a)
$$\begin{aligned} x + 2y &= 1 \\ x^2 - 2xy + 3y^2 &= 0 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} &= 6 \end{aligned}$$

Berikan jawapan anda betul kepada tiga tempat perpuluhan.

4. Selesaikan persamaan serentak berikut menggunakan kaedah penghapusan. (TP2)

a)
$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 4 \\ y^2 + 6x &= 2 \end{aligned}$$

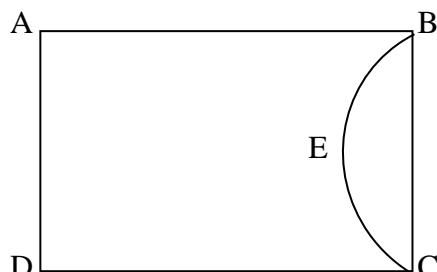
b)
$$\begin{aligned} 2x + y &= 1 \\ 3x^2 + y &= 2 \end{aligned}$$

5. Selesaikan persamaan serentak berikut menggunakan perwakilan graf. (TP2)

a)
$$\begin{aligned} y - x &= 2 \\ y - x^2 &= -4 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 2x - y &= 0 \\ y^2 - x &= 3 \end{aligned}$$

1. Ahmad ingin mewarnakan lukisannya yang berbentuk segi empat tepat. Perimeter lukisan tersebut ialah 42cm dan pepenjurunya ialah 15cm. Hitung panjang dan lebar lukisan tersebut. (TP4)
 2. Diberi jumlah luas permukaan kuboid dengan tapak berbentuk segi empat sama ialah 32cm^2 dan jumlah panjang sisi kotak itu ialah 28cm. cari panjang sisi-sisi kotak tersebut. (TP4)
 3. Rajah menunjukkan tapak bagi sebuah kebun yang berbentuk segi empat tepat ABCD dengan $DC = 14y$ meter dan $BC = 14x$ meter, $x \neq y$. Sebuah kolam berbentuk semibulatan BEC dibina pada sudut hujung kebun itu dan luas selebihnya ialah kawasan berumput ABCDE. Luas segi empat tepat ABCD ialah 672 meter^2 dan perimeter kawasan berumput ialah 120 meter. Kolam dengan kedalaman seragam mengandungi 70.5 meter^3 air. Dengan menggunakan $\pi = \frac{22}{7}$, cari kedalaman dalam meter, air kolam itu. (TP5)



4. Ali membeli 3 jenis bahan bacaan dari sebuah kedai buku yang terletak di pekan. Ketiga-tiga bahan bacaan tersebut adalah berjumlah RM30. Jika bahan bacaan kedua didarab dengan 2, hasil tambah tiga bahan bacaan tersebut menjadi RM39 dan jika bahan bacaan ketiga didarab dengan 3, hasil tambah tiga bahan bacaan tersebut menjadi RM56. Cari harga bagi ketiga-tiga bahan bacaan itu. (TP4)

SKEMA LATIHAN SISTEM PERSAMAAN

1. Selesaikan persamaan linear serentak menggunakan kaedah penggantian. (TP2)

a)
$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 16 \quad \dots \dots \dots \textcircled{1} \\ 3x - y + 2z &= 19 \quad \dots \dots \dots \textcircled{2} \\ 4x + 3y + 3z &= 18 \quad \dots \dots \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$$z = -2x + 3y + 16 \quad \dots \dots \dots 4$$

ganti 4 dalam 2

$$3x - y + 2(-2x + 3y + 16) = 19$$

$$3x - y - 4x + 6y + 32 = 19$$

$$-x + 5y + 13 = 0 \backslash$$

$$x = 5y + 13 \quad \dots \dots \dots 5$$

ganti 4 dalam 3

$$4(5y + 13) + 3y + 3(-2x + 3y + 16) = 18$$

$$20y + 52 + 3y - 6x + 9y + 48 = 18$$

$$32y - 6x = -82$$

$$32y - 6(5y + 13) = -82$$

$$2y = -82 + 78$$

$$y = -2$$

ganti $y = -2$ dalam 5

$$x = 5(-2) + 13$$

$$x = 3$$

ganti $y = -2$ dan $x = 3$ dalam 4

$$z = -2(3) + 3(-2) + 16$$

$$z = 4$$

b)
$$\begin{aligned} x - 2y + 4z &= 76 \quad \dots \dots \dots \textcircled{1} \\ 5x + 6y - 3z &= -40 \quad \dots \dots \dots \textcircled{2} \\ 7x - 4y - 2z &= 82 \quad \dots \dots \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

persamaan 1

$$x = 2y - 4z + 76 \quad \dots \dots \dots 4$$

ganti 4 dalam 2

$$5(2y - 4z + 76) + 6y - 3z = -40$$

$$10y - 20z + 380 + 6y - 3z = -40$$

$$16y - 23z = -420$$

$$y = \frac{23z - 420}{16} \quad \dots \dots \dots 5$$

ganti 4 dan 5 dalam 3

$$7\left(2\left(\frac{23z - 420}{16}\right) - 4z + 76\right) - 4\left(\frac{23z - 420}{16}\right) - 2z = 82$$

$$322z - 5880 - 448z + 8512 - 92z + 1680 - 32z = 1312$$

$$-250z = -3000$$

$$z = 12$$

ganti nilai $z = 12$ dalam 5

$$y = \frac{23(12) - 420}{16}$$

$$y = -9$$

ganti nilai $z = 12$ dan $y = -9$ dalam 4

$$x = 2(-9) - 4(12) + 76$$

$$x = 10$$

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

2. Selesaikan persamaan linear serentak berikut menggunakan kaedah penghapusan. (TP2)

$$\begin{aligned} \text{a) } & 2x + 3y - z = 1 \quad \dots \quad (1) \\ & -3x + y + 3z = -4 \quad \dots \quad (2) \\ & x + y - 2z = 7 \quad \dots \quad (3) \end{aligned}$$

ganti $x = -3$ dalam persamaan 6
 $-4(-3) - 5z = 11$

$$z = -\frac{23}{5}$$

ganti $x = -3$ dan $z = -\frac{23}{5}$ dalam persamaan 3

$$-3 + y - 2\left(-\frac{23}{5}\right) = 7$$

$$y = \frac{4}{5}$$

$$x = 1$$

ganti $x = 1$ dala

$$y = -4$$

ganti $x = 1$ dan

$$z=5$$

4. Selesaikan persamaan serentak berikut menggunakan kaedah penghapusan. (TP2)

a) $3x + 5y = 4$ (1)
 $y^2 + 6x = 2$ (2)

$$\begin{aligned} b) \quad & 2x + y = 1 \dots \textcircled{1} \\ & 3x^2 + y = 2 \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

persamaan 1 × 2: $6x + 10y = 8$ --- 3

$$y^2 + 6x = 2 \quad \text{-----} 2$$

persamaan 3 – persamaan 2

$$y^2 - 10y + 6 = 0$$

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{-10^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

$y = 9.3589$ atau $y = 0.6411$

ganti nilai – nilai y dalam 1

$$3x + 5y = 4$$

$$3x + 5(9.3589) = 4$$

$$x = -14.2648$$

$$3x + 5y = 4$$

$$3x + 5(0.6411) = 4$$

$$x = 0.2648$$

persamaan 2 – persamaan 1

$$3x^2 - 2x = 1$$

$$3x^2 - 2x = 1 = 0$$

$$(x - 1)(3x + 1) = 0$$

$$x = 1, \text{ atau } x = -\frac{1}{3}$$

ganti nilai – nilai x dalam 1

$$2x + y = 1$$

$$2(1) + y = 1$$

$$y = -1$$

$$2x + y = 1$$

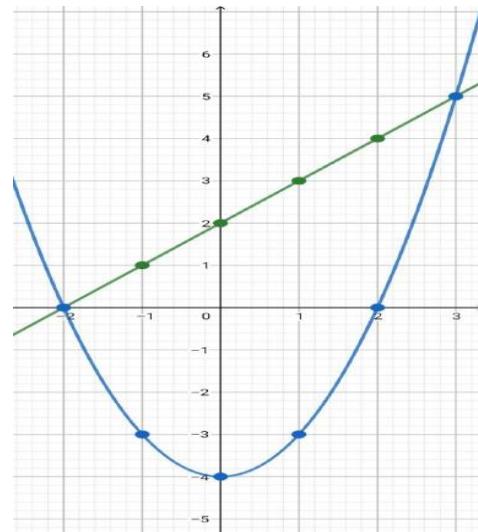
$$2\left(-\frac{1}{3}\right) + y = 1$$

$$y = \frac{5}{3}$$

5. Selesaikan persamaan serentak berikut menggunakan perwakilan graf. (TP2)

a) $y - x = 2$
 $y - x^2 = -4$

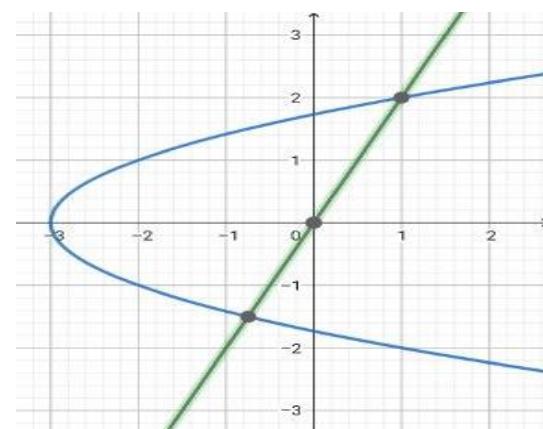
x	-3	-1	0	1	3
Nilai y a) $y - x = 2$	-1	1	2	3	5
Nilai y $y - x^2 = -4$	5	-3	-4	-3	5



Titik persilangan : (-2,0) dan (3,5)

b) $2x - y = 0$
 $y^2 - x = 3$

x	1	2	3	4	5
Nilai y b) $2x - y = 0$	2	4	6	8	10
Nilai y $y^2 - x = 3$	±2	±2.2	±2.4	±2.6	±2.8



Titik persilangan : (1, 2) dan (-0.75, 1.5)

SKEMA PRAKTIS SPM KERTAS 2

1. Ahmad ingin mewarnakan lukisannya yang berbentuk segi empat tepat. Perimeter lukisan tersebut ialah 42cm dan pepenjurunya ialah 15cm. Hitung panjang dan lebar lukisan tersebut. (TP4)

$$2x + 2y = 42 \quad \dots \dots \dots 1$$

$$x^2 + y^2 = 15^2 \quad \dots \dots \dots 2$$

$$x = 21 - y \quad \dots \dots \dots 3$$

Ganti 3 dalam persamaan 2

$$(21 - y)^2 + y^2 = 225$$

$$441 - 42y + y^2 + y^2 - 225 = 0$$

$$2y^2 - 42y + 216 = 0$$

$$(y - 12)(y - 9) = 0$$

$$y - 12 = 0, y - 9 = 0$$

$$y = 12 \text{ atau } y = 9$$

Ganti $y = 12$ atau $y = 9$ dalam persamaan 3

$$x = 21 - 12 \text{ atau } x = 21 - 9$$

$$x = 9 \text{ atau } x = 12$$

Jawapan: $x = 9, y = 12$ atau $x = 12, y = 9$

9cm dan 12cm

2. Diberi jumlah luas permukaan kuboid dengan tapak berbentuk segi empat sama ialah 32cm^2 dan jumlah panjang sisi kotak itu ialah 28cm . cari panjang sisi-sisi kotak tersebut. (TP4)

persamaan 1

$$8x + 4y = 28 \quad \dots \dots \dots 1$$

$$2x^2 + 4xy = 32 \quad \dots \dots \dots 2$$

persamaan 1

$$y = 7 - 2x \quad \dots \dots \dots 3$$

ganti 3 dalam 2

$$2x^2 + 4x(7 - 2x) = 32$$

$$2x^2 + 28x - 8x^2 = 32$$

$$6x^2 - 28x + 32 = 0$$

$$(x - 2)(3x - 8) = 0$$

$$x = 2 \quad \text{atau} \quad x = \frac{8}{3}$$

ganti nilai-nilai x dalam 3

$$y = 7 - 2x$$

$$y = 7 - 2(2) = 3$$

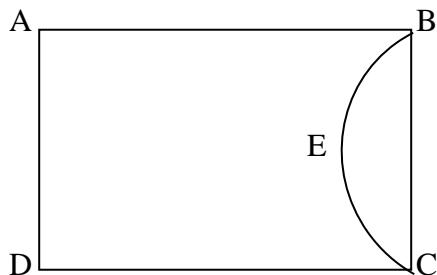
$$y = 7 - 2\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{5}{3}$$

$$y = 3 \quad \text{atau} \quad y = \frac{5}{3}$$

panjang sisi kotak ialah 2cm atau 3cm

$$\text{atau } \frac{8}{3}\text{cm atau } \frac{5}{3}\text{cm}$$

3. Rajah menunjukkan tapak bagi sebuah kebun yang berbentuk segi empat tepat ABCD dengan $DC = 14y$ meter dan $BC = 14x$ meter, $x \neq y$. Sebuah kolam berbentuk semibulatan BEC dibina pada sudut hujung kebun itu dan luas selebihnya ialah kawasan berumput ABCDE. Luas segi empat tepat ABCD ialah 672 meter 2 dan perimeter kawasan berumput ialah 120 meter. Kolam dengan kedalaman seragam mengandungi 70.5 meter 3 air. Dengan menggunakan $\pi = \frac{22}{7}$, cari kedalaman dalam meter, air kolam itu. (TP5)



luas segi empat ABCD

$$(12y)(14x) = 672$$

$$xy = 4$$

$$y = \frac{4}{x} \quad \dots \dots \dots 1$$

perimeter ABCDE

$$2(12y) + (14x) + \frac{22}{7}(7x) = 120$$

$$24y + 14x + 22x = 120$$

$$2y + 3x = 10 \quad \dots \dots \dots 2$$

ganti 1 dalam 2

$$2\left(\frac{4}{x}\right) + 3x = 10$$

$$3x^2 - 10x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(3x - 4) = 0$$

$$x = 2 \quad \text{atau} \quad x = \frac{4}{3}$$

ganti nilai-nilai x dalam 1

$$y = \frac{4}{2} \quad y = \frac{4}{\frac{4}{3}}$$

$$y = 2 \quad y = 3$$

nilai x ≠ y. abaikan x = 2, y = 2

anggap ketinggian air = t m.

isipadu kolam = 70.5

$$\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times (7 \times \frac{4}{3})^2 \times t = 70.5$$

$$t = 0.515m @ t = 0.52m$$

4. Ali membeli 3 jenis bahan bacaan dari sebuah kedai buku yang terletak di pekan. Ketiga-tiga bahan bacaan tersebut adalah berjumlah RM30. Jika bahan bacaan kedua didarab dengan 2, hasil tambah tiga bahan bacaan tersebut menjadi RM39 dan jika bahan bacaan ketiga didarab dengan 3, hasil tambah tiga bahan bacaan tersebut menjadi RM56. Cari harga bagi ketiga-tiga bahan bacaan itu. (TP4)

$$x + y + z = 30 \quad \dots \dots \dots 1$$

$$x + 2y + z = 39 \quad \dots \dots \dots 2$$

$$x + y + 3z = 56 \quad \dots \dots \dots 3$$

persamaan 1

$$x = 30 - y - z \quad \dots \dots \dots 4$$

gantikan 4 dalam 2

$$30 - y - z + 2y + z = 39$$

$$y = 9$$

gantikan y = 9 dan pers(4) dalam pers3

$$30 - 9 - z + 9 + 3z = 56$$

$$z = 13$$

gantikan y = 9 dan z = 13 dalam pers4

$$x = 30 - 9 - 13$$

$$x = 8$$

jawapan : x = RM 8, y = RM 9 dan z = RM 13

➤ **INDEKS, SURD DAN LOGARITMA**

1. Permudahkan setiap yang berikut.

Simplify the following.

a)
$$\frac{(4x^2y)^2 \times \sqrt{9x^6y^2}}{(x^3y^2)^{-2}}$$
 [3 markah]
[3 marks]

b)
$$\left(4\sqrt{2} \times \frac{1}{16} \times \sqrt[5]{32}\right)^2$$
 [3 markah]
[3 marks]

c)
$$3x(x+7)^{\frac{1}{2}} - 2(x+7)^{\frac{3}{2}}$$
 [3 markah]
[3 marks]

2. Selesaikan setiap yang berikut.

Solve the following.

a)
$$3^{2x-1} \times 9^{x-1} = 243$$
 [3 markah]
[3 marks]

b)
$$9^{x+1} = 1 - 8(3^x)$$
 [4 markah]
[4 marks]

c)
$$5^{2y} \times 3^y = \frac{1}{75}$$
 [3 markah]
[3 marks]

3. Permudahkan setiap yang berikut.

Simplify the following.

a)
$$(4 - \sqrt{3})^2$$
 [3 markah]
[3 marks]

b)
$$(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$$
 [3 markah]
[3 marks]

c)
$$\sqrt{75} - \sqrt{12}$$
 [3 markah]
[3 marks]

4. Nisbahkan penyebut bagi soalan berikut.

Rationalise the denominators of

a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ [3 markah]

[3 marks]

b) $\frac{5}{2 + \sqrt{3}}$ [3 markah]

[3 marks]

c) $\frac{\sqrt{7} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$ [3 markah]

[3 marks]

5. Penyelesaian bagi persamaan $\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{7} + \sqrt{3}$ adalah $\frac{p + \sqrt{q}}{5}$. Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai bagi p dan q .

The solution of the equation $\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{7} + \sqrt{3}$ is $\frac{p + \sqrt{q}}{5}$. Without using a calculator, find the values of integer p and q

[5 markah]

[5 marks]

6. Luas sebuah segitiga adalah $(3 - \sqrt{2})$ cm. Jika panjang tapaknya ialah $(\sqrt{2} - 1)$ cm, cari tinggi dalam bentuk $(a + b\sqrt{2})$ cm, di mana a dan b adalah pemalar.

The area of the triangle is $(3 - \sqrt{2})$ cm. If the length of its base is $(\sqrt{2} - 1)$ cm, find its height in the form of $(a + b\sqrt{2})$ cm, where a and b are integers.

[5markah]

[5 marks]

7. Selesaikan setiap yang berikut.

Solve the following.

a) $2 \log_8 (x + 2) = \log_8 (2x + 19)$ [4 markah]

[4 marks]

b) $4 \log_x 2 - \log_x 4 = 8$ [3 markah]

[3 marks]

c) $\ln (2x - 1) = 2$ [3 markah]

[3 marks]

8. a) Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai bagi $\log_3 16 \times \log_4 10 \times \log_{10} 3$

Without using the calculator, find the value $\log_3 16 \times \log_4 10 \times \log_{10} 3$

[3 markah]

[3 marks]

b) Selesaikan $7^{30x} = 5^{70}$, berikan jawapan anda dalam bentuk logaritma tunggal.

Solve $7^{30x} = 5^{70}$, give your answer as a single logarithms. [3 markah]

[3 marks]

c) Selesaikan persamaan $2 \log_{10} x - \log_{10}(x + 20) = 1$

Solve the equation $2 \log_{10} x - \log_{10}(x + 20) = 1$ [4 markah]

[4 marks]

9. Suhu, $T^{\circ}\text{C}$, bagi secawan kopi panas, t minit setelah siap dibancuh adalah

The temperature, $T^{\circ}\text{C}$, of a hot coffee, t minutes after it is made is given by

$$T = 75e^{-0.02t} + 20$$

a) Cari suhu awal air tersebut selepas siap dibancuh.

Find the temperature of the drink when it was made.

b) Cari suhu air apabila $t = 6$

Find the temperature of the drink when $t = 6$

c) Cari nilai t apabila $T = 65$

Find the value of t when $T=65$

[7 markah]

[7 marks]

10. Menurut kajian, kepekatan darah (C) dalam salur darah, t jam selepas mengambil dos pertama vaksin sinovac, berkurang dengan merujuk kepada $C = Ae^{-kt}$ di mana A dan k adalah pemalar. Jika kepekatan awal darah ialah 0.72, dan berkurang sebanyak separuh selepas 5 jam, cari nilai A dan k .

Based on the research done, the concentration (C) of a drug in the bloodstream, t hours after taking an initial dose of sinovac vaccine, decrease according to $C = Ae^{-kt}$, where A and k are constants. If the initial concentration is 0.72, and this halves after 5 hours, find the values of A and k .

JAWAPAN : INDEKS, SURD DAN LOGARITMA

BIL	JAWAPAN	MARKAH
1. a)	$\frac{(4x^2y)^2 \times \sqrt{9x^6y^2}}{(x^3y^2)^{-2}} = \frac{(4)^2(x^2)^2(y)^2 \times (9)^{\frac{1}{2}}(x^6)^{\frac{1}{2}}(y^2)^{\frac{1}{2}}}{(x^3)^{-2}(y^2)^{-2}}$ $= \frac{16x^4y^2 \times 3x^3y}{x^{-6}y^{-4}}$ $= \frac{48x^7y^3}{x^{-6}y^{-4}}$ $= 48x^{13}y^7$	1 1 1
b)	$\left(4\sqrt{2} \times \frac{1}{16} \times \sqrt[5]{32}\right)^2$ $= \left(\left(2^2 \times 2^{\frac{1}{2}}\right) \times \frac{1}{2^4} \times (2^5)^{\frac{1}{5}}\right)^2$ $= \left(2^{2+\frac{1}{2}-4+1}\right)^2$ $= \left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^2$ $= 2^{-1}$ $= \frac{1}{2}$	1 1 1
c)	<p>The expression is $3x(x+7)^{\frac{1}{2}} - 2(x+7)(x+7)^{\frac{1}{2}}$</p> $= (3x - 2(x+7))(x+7)^{\frac{1}{2}}$ $= (x-14)(x+7)^{\frac{1}{2}}$	1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

2. a) $3^{2x-1} \times 9^{x-1} = 243$ change to base 3 $3^{2x-1} \times (3^2)^{x-1} = 3^5$ $3^{2x-1} \times 3^{2x-2} = 3^5$ add the indices on the left hand side $3^{4x-3} = 3^5$ equate the indices $4x - 3 = 5$ solve for x $4x = 8$ $x = 2$	1 1 1 1
b) $9^{x+1} = 1 - 8(3^x)$ $9^x \times 9^1 + 8(3^x) - 1 = 0$ (Law 1 of Indices) $9(3^2)^x + 8(3^x) - 1 = 0$ $9(3^x)^2 + 8(3^x) - 1 = 0$ (Law 3 of Indices) Let $y = 3^x$. Then $9y^2 + 8y - 1 = 0$. $(9y - 1)(y + 1) = 0$ $9y - 1 = 0 \quad \text{or} \quad y + 1 = 0$ $y = \frac{1}{9} \quad \text{or} \quad y = -1$ $\therefore 3^x = \frac{1}{9} \quad \text{or} \quad 3^x = -1$ $\therefore 3^x = \frac{1}{3^2}$ $= 3^{-2}$ (Law 7 of Indices) $\therefore x = -2$	1 1 1 1 1 1 1 1
c) $(5^2)^y \times 3^y = \frac{1}{75}$ (Law 3 of Indices) $25^y \times 3^y = 75^{-1}$ (Law 7 of Indices) $(25 \times 3)^y = 75^{-1}$ (Law 4 of Indices) $75^y = 75^{-1}$ $\therefore y = -1$	1 1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
3.		
a)	$(4 - \sqrt{3})^2$ $= (4 - \sqrt{3})(4 - \sqrt{3})$ $= 16 - 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3$ $= 19 - 8\sqrt{3}$	square means multiply by itself expand the brackets collect like terms
b)	$(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ $= \sqrt{6} + 3 + 10 + 5\sqrt{6}$ $= 13 + 6\sqrt{6}$	expand the brackets collect like terms
c)	$\sqrt{75} - \sqrt{12}$ $= \sqrt{25} \times \sqrt{3} - \sqrt{4} \times \sqrt{3}$ $= 5 \times \sqrt{3} - 2 \times \sqrt{3}$ $= 3\sqrt{3}$	$75 = 25 \times 3$ and $12 = 4 \times 3$ $\sqrt{25} = 5$ and $\sqrt{4} = 2$ collect like terms

BIL	JAWAPAN	MARKAH
4.		
a)	$\mathbf{a} \quad \frac{2}{\sqrt{5}}$ $= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} \sqrt{5}}$ $= \frac{2\sqrt{5}}{5}$	multiply numerator and denominator by $\sqrt{5}$
b)	$\mathbf{b} \quad \frac{5}{2 + \sqrt{3}}$ $= \frac{5(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$ $= \frac{10 - 5\sqrt{3}}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2}$ $= 10 - 5\sqrt{3}$	multiply numerator and denominator by $(2 - \sqrt{3})$ use $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ to expand the denominator
c)	$\mathbf{c} \quad \frac{\sqrt{7} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$ $= \frac{(\sqrt{7} + 3\sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{2})}{(\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{2})}$ $= \frac{7 + \sqrt{14} + 3\sqrt{14} + 6}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2})^2}$ $= \frac{13 + 4\sqrt{14}}{5}$	multiply numerator and denominator by $(\sqrt{7} + \sqrt{2})$ use $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ to expand the denominator

BIL	JAWAPAN	MARKAH
5.	$x\sqrt{12} = x\sqrt{7} + \sqrt{3}$ $x\sqrt{12} - x\sqrt{7} = \sqrt{3}$ $x(\sqrt{12} - \sqrt{7}) = \sqrt{3}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{7}} \quad \text{----- (*)}$ $= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{12} + \sqrt{7}}{\sqrt{12} + \sqrt{7}} \quad (\text{rationalise the denominator})$ $= \frac{\sqrt{3}\sqrt{12} + \sqrt{3}\sqrt{7}}{(\sqrt{12})^2 - (\sqrt{7})^2} \quad (\text{use } (x+y)(x-y) = x^2 - y^2)$ $= \frac{\sqrt{36} + \sqrt{21}}{12 - 7}$ $= \frac{6 + \sqrt{21}}{5}$ <p>Comparing with $\frac{p + \sqrt{q}}{5}$, $p = 6$ and $q = 21$.</p>	1 1 1 1 1 1 1 1

BIL	JAWAPAN	MARKAH
6.	<p>Let the height of the triangle be h cm.</p> <p>Area of triangle = $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height}$</p> $3 - \sqrt{2} = \frac{1}{2} \times (\sqrt{2} - 1) \times h$ $6 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1) \times h$ $h = \frac{6 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ $= \frac{6 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1}$ $= \frac{6\sqrt{2} + 6 - 2\sqrt{2}\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$ $= \frac{6\sqrt{2} + 6 - 4 - 2\sqrt{2}}{2 - 1}$ $= 2 + 4\sqrt{2}$ <p>\therefore The height of the triangle is $(2 + 4\sqrt{2})$ cm.</p>	1 1 1 1 1 1 1

BIL	JAWAPAN	MARKAH
7.	<p>a)</p> $2 \log_8(x+2) = \log_8(2x+19) \quad \text{use the power law}$ $\log_8(x+2)^2 = \log_8(2x+19) \quad \text{use equality of logarithms}$ $(x+2)^2 = 2x+19 \quad \text{expand brackets}$ $x^2 + 4x + 4 = 2x + 19$ $x^2 + 2x - 15 = 0$ $(x-3)(x+5) = 0$ $x = 3 \text{ or } x = -5$ <p>Check when $x = 3$: $2 \log_8(x+2) = 2 \log_8 5 = \log_8 25$ is defined $\log_8(2x+19) = \log_8 25$ is defined</p> <p>So $x = 3$ is a solution, since both sides of the equation are defined and equivalent in value.</p> <p>Check when $x = -5$: $2 \log_8(x+2) = 2 \log_8(-3)$ is not defined</p> <p>So $x = -5$ is not a solution of the original equation.</p> <p>Hence, the solution is $x = 3$.</p> <p>b)</p> $4 \log_x 2 - \log_x 4 = 2 \quad \text{use the power law}$ $\log_x 2^4 - \log_x 2^2 = 2 \quad \text{use the division law}$ $\log_x 2^{4-2} = 2$ $\log_x 2^2 = 2$ $\log_x 4 = 2 \quad \text{convert to exponential form}$ $x^2 = 4$ $x = \pm 2$ <p>Since logarithms only exist for positive bases, $x = -2$ is not a solution.</p> <p>Check when $x = 2$:</p> $4 \log_2 2 - \log_2 4 = 4 - 2 \log_2 2$ $= 4 - 2$ $= 2$ <p>So $x = 2$ satisfies the original equation.</p> <p>Hence, the solution is $x = 2$.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
c)	<p>Apply e to both sides to remove the ln function.</p> $\ln(2x - 1) = 2$ $e^{\ln(2x - 1)} = e^2$ $2x - 1 = e^2$ $2x = e^2 + 1$ $x = \frac{e^2 + 1}{2}$	1 1 1 1

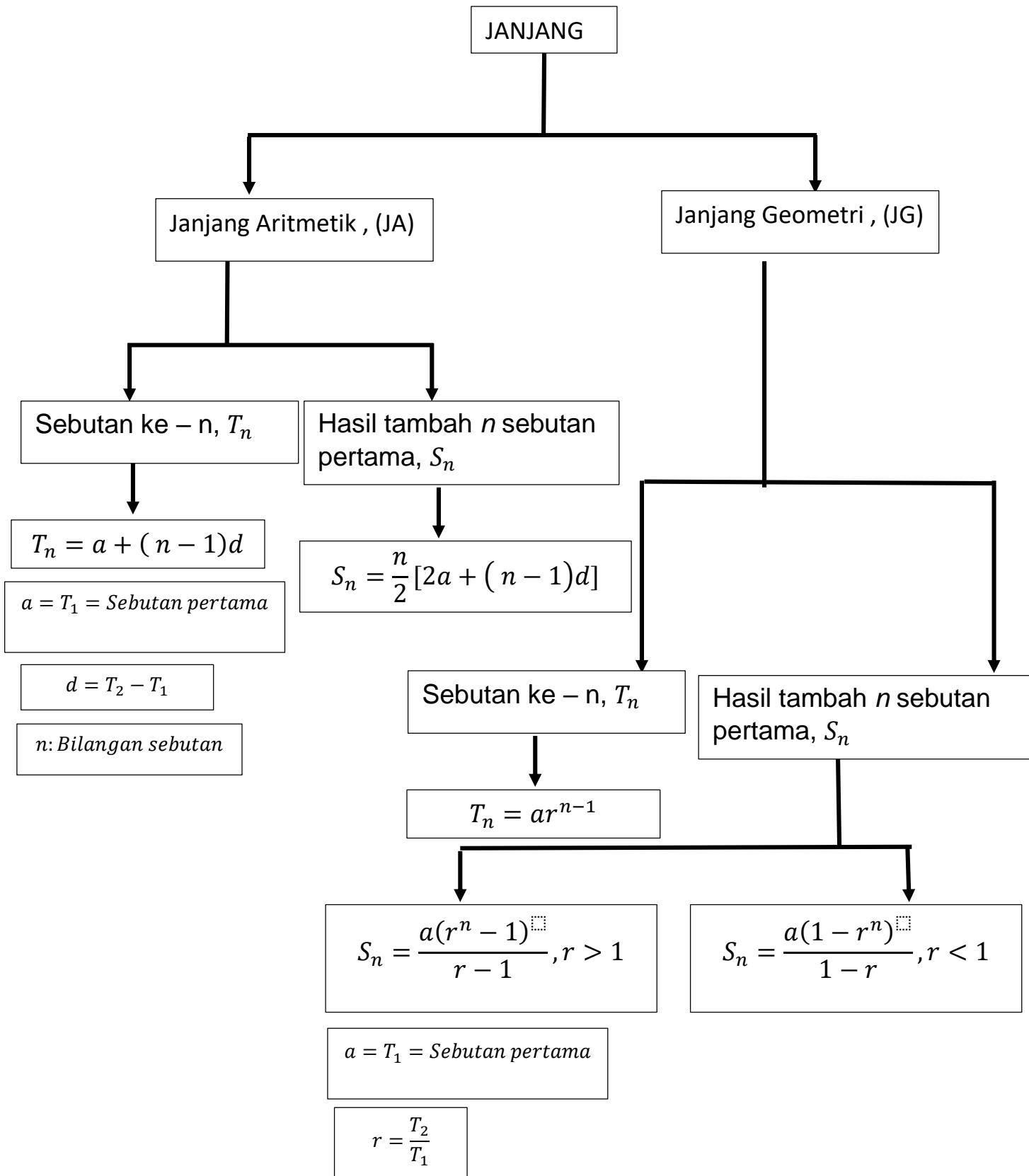
BIL	JAWAPAN	MARKAH
8. a)	$\log_3 16 \times \log_4 10 \times \lg 3 = \frac{\lg 16}{\lg 3} \times \frac{\lg 10}{\lg 4} \times \lg 3$ $= \lg 4^2 \times \frac{1}{\lg 4} \quad (\lg 10 = 1)$ $= 2 \lg 4 \times \frac{1}{\lg 4}$ $= 2$	1 1 1
b)	<p>Take logs of both sides:</p> $7^{30x} = 5^{70}$ $\Rightarrow \log_7 7^{30x} = \log_7 5^{70}$ $\Rightarrow 30x \log_7 7 = 70 \log_7 5$ $\log_a a = 1 \quad \Rightarrow 30x = 70 \log_7 5$ $\Rightarrow x = \frac{7}{3} \log_7 5$	1 1 1 1
c)	$2 \lg x - \lg(x+20) = 1$ $\lg x^2 - \lg(x+20) = 1 \quad (\text{Power Law of Logarithms})$ $\lg \left(\frac{x^2}{x+20} \right) = 1 \quad (\text{Quotient Law of Logarithms})$ $\therefore \frac{x^2}{x+20} = 10^1 \quad (\text{Method 2: convert log form to exponential form})$ $x^2 = 10(x+20)$ $x^2 - 10x - 200 = 0$ $(x+10)(x-20) = 0$ $x = -10 \text{ or } 20$	1 1 1 1 1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
9.		
a)	When $t = 0$, $T = 75e^{-0.02 \times 0} + 20$ $= 75e^0 + 20$ $= 95$	1
b)	Temperature of the drink when first made is 95 °C. When $t = 6$, $T = 75e^{-0.02 \times 6} + 20$ $= 86.5$ Temperature of the drink when $t = 6$ is 86.5 °C.	1 1 1
c)	When $T = 65$, $65 = 75e^{-0.02t} + 20$ $45 = 75e^{-0.02t}$ $0.6 = e^{-0.02t}$ $\ln 0.6 = -0.02t$ $t = \frac{\ln 0.6}{-0.02}$ $t = 25.5$ to 3 sf	1 1 1 1 1

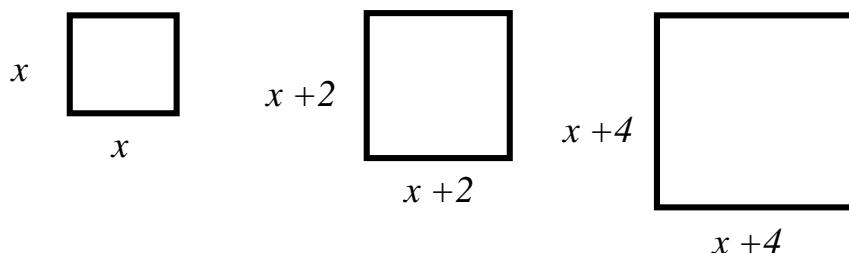
BIL	JAWAPAN	MARKAH
10.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 0.72 is the initial concentration — so start by putting this information into the equation and solving for A. <p>When $t = 0$, $C = 0.72$ So $0.72 = A \times e^0$ $0.72 = A \times 1$ $A = 0.72$</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ After 5 hours the initial concentration has halved — so you can put in the value of C at $t = 5$, and then solve for k. <p>When $t = 5$, $C = 0.72 \div 2 = 0.36$</p> $0.36 = 0.72 \times e^{-5k}$ $0.36 = \frac{0.72}{e^{5k}}$ $e^{5k} = \frac{0.72}{0.36} = 2$ $\ln e^{5k} = \ln 2$ $5k = \ln 2$ $k = \ln 2 \div 5$ $k = 0.139$ to 3 s.f. So the equation is $C = 0.72e^{-0.139t}$	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

➤ JANJANG / PROGRESSION

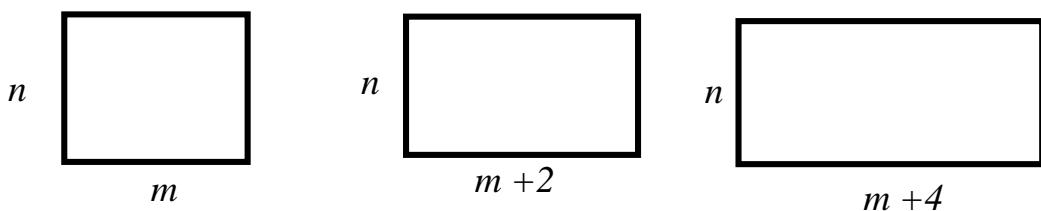


Janjang Aritmetik , (JA)

1



Rajah (a)/ Diagram (a)



Rajah (b)/ Diagram (b)

Rajah (a) di atas menunjukkan tiga segiempat sama dengan keadaan sisi bertambah sebanyak 2 unit secara berturutan.

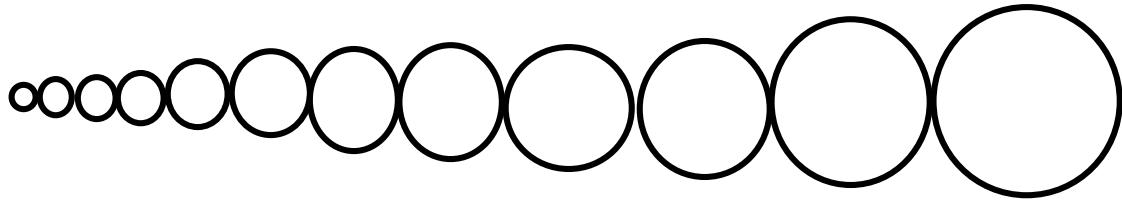
Rajah (b) menunjukkan tiga segiempat tepat dengan lebar tetap dan panjangnya bertambah sebanyak 2 unit secara berturutan.

Tunjukkan bahawa luas segiempat tepat dalam rajah (b) membentuk suatu janjang aritmetik , manakala luas segiempat sama dalam rajah (a) tidak.

Diagram (a) above shows three equal squares with side conditions increasing by 2 consecutive units.

Diagram (b) shows three rectangles with constant width and length increasing by 2 consecutive units.

Show that the area of a rectangle in diagram (b) forms an arithmetic progression, while the area of an equal rectangle in diagram (a) does not.



2. Rajah di atas menunjukkan 12 buah bulatan yang dibentuk daripada seutas dawai yang panjangnya 114π cm. Diameter bulatan itu berbeza antara satu sama lain secara berturutan sebanyak 1 cm.

The diagram above shows 12 circles formed from a piece of wire 114π cm long. The diameters of the circles differ from each other consecutively by 1 cm

Hitung / Calculate:

- (a) Panjang jejari blatan terbesar ,

The radius of the largest sphere

- (b) Bilangan bulatan yang boleh diperoleh jika panjang asal dawai itu ialah 429π cm.

The number of circles that can be obtained if the original length of the wire is 429π cm

Soalan 3 / Question 3:

- (a) Tiga sebutan pertama suatu Janjang geometri (J.G) masing – masing ialah $x - 3$, $x + 3$, $4x + 3$. Diberi semua sebutan dalam J.G itu bernilai positif.

The first three terms of a geometric progression (J.G) are $x-3$, $x+3$, $4x+3$, respectively. Given all the mentions in J.G it are of positive value.

- (b) Diberi sebutan kedua dan sebutan kelima bagi suatu janjang geometri masing – masing ialah $\frac{2}{3}p^2$ dan $\frac{16}{81}p^5$.

Given the second and fifth terms of a geometric progression are $\frac{2}{3}p^2$ and $\frac{16}{81}p^5$., respectively

Cari nisbah sepunya janjang itu.

Find the common ratio of the progression.

Soalan 4/ Question 4

Seorang penternak ayam mempunyai 3000 ekor ayam. Bermula pada keesokan harinya, beliau menula 25 ekor ayam setiap hari.

A chicken farmer has 3000 chickens. Starting the next day, he hatched 25 chickens a day.

Hitung/ Calculate

- (a) Pada hari keberapakah terdapat 2000 ekor ayam yang dijual.

On what day are 2000 chickens sold.

- (b) Jumlah pendapatan penternak itu hingga hari yang terdapat 2000

ekor ayam yang belum dijual jika beliau membelanjakan 15 sen untuk makanan bagi setiap ekor ayam setiap hari.

The total income of the breeder up to the day there are 2000 unsold chickens if he spends 15 sen on food for each chicken per day.

JAWAPAN : JANJANG

BIL	JAWAPAN	
1.	<p>Luas segiempat tepat dalam rajah (b) membentuk suatu jujukan dalam sebutan algebra. <i>The area of the rectangle in figure (b) forms a sequence in algebraic terms.</i></p> $mn, n(m+2), n(m+4), \dots$ $d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2$ $d = nm + 2n - (mn) = nm + 4n - (nm + 2n)$ $d = 2n$ <p>Didapati nilai $d = 2n$, maka luas segiempat tepat dalam rajah (b) membentuk suatu janjang Aritmetik. <i>It is found that the value of $d = 2n$, then the area of the rectangle in figure (b) forms an Arithmetic progression. It is found that the value of $d = 2n$, then the area of the rectangle in figure (b) forms an Arithmetic progression.</i></p> <p>Luas segiempat tepat dalam rajah (a) membentuk suatu jujukan dalam sebutan algebra. <i>The area of the rectangle in figure (a) forms a sequence in algebraic terms.</i></p> $x^2, (x+2)^2, (x+4)^2, \dots$ $d = (x+2)^2 - x^2 = (x+4)^2 - (x+2)^2$ $d = (x^2 + 4x + 4) - x^2 = x^2 + 8x + 16 - (x^2 + 4x + 4)$ $d = 4x + 4 \neq 4x + 12$ <p>Didapati nilai beza sepunya tidak sama maka luas segiempat sama dalam rajah (a) tidak membentuk Janjang Aritmetik. <i>It is found that the value of the common difference is not the same so the area of the rectangle in figure (a) does not form an Arithmetic progressions.</i></p>	1

BIL	JAWAPAN	MARKAH
2	<p>(a) Katakan diameter bulatan terkecil ialah D cm .maka, lilitan bulatan itu membentuk suatu J.A.</p> $\pi D, \pi(D + 1), \pi(D + 2), \pi(D + 3), \dots$ $= \pi D, \quad \pi D + \pi, \quad \pi D + 2\pi, \quad \pi D + 3\pi, \dots$ $a = \pi D, d = \pi$ $S_{12} = 114\pi$ $\frac{12}{2} [2\pi D + (12 - 1)\pi] = 114\pi$ $6(2\pi D + 11\pi) = 114\pi$ $2D + 11 = 19$ $D = 4$ <p>J.A yang dibentuk oleh lilitan bulatan itu ialah $4\pi, 5\pi, 6\pi, 7\pi, \dots$</p> <p>Lilitan bulatan terbesar ,$T_{12} = 4\pi + (12 - 1)\pi$</p> $= 15\pi$ <p>Oleh itu,jejari bulatan terbesar itu,</p> $2\pi j = 15\pi$ $j = 7.5 \text{ cm}$ <p>(b) Panjang asal dawai itu ialah 429π</p> <p>Katakan bilangan bulatan yang dibentuk ialah n.</p> $S_n = 429\pi$ $\frac{n\pi}{2} [2(4\pi) + (n - 1)\pi] = 429\pi$ $n = 26 \text{ atau } n = -33$ <p>Bilangan bulatan yang dibentuk ialah 26 buah.</p>	

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
3 a)	$\frac{x+3}{x-3} = \frac{4x+3}{x+3}$ $x^2 + 6x + 9 = 4x^2 - 9x - 9$ $3x^2 - 15x - 18 = 0$ $x^2 - 5x - 6 = 0$ $(x-6)(x+1) = 0$ $x = -1, x = 6$ <p>Apabila $x = -1$, $T_1 = -1 - 3 = -4$</p> <p>Apabila $x = 6$, $T_1 = 6 - 3 = 3$</p> $T_2 = 6 + 3 = 9$ $T_3 = 4(6) + 3 = 27$	
b)	$T_2 = \frac{2}{3}p^2$ $ar^2 = \frac{2}{3}p^2$ <p>Diberi $T_5 = \frac{16}{81}p^5$</p> $ar^4 = \frac{16}{81}p^5$ $\frac{ar^4}{ar^2} = \frac{\frac{16}{81}p^5}{\frac{2}{3}p^2}$ $r = \frac{2}{3}p$	

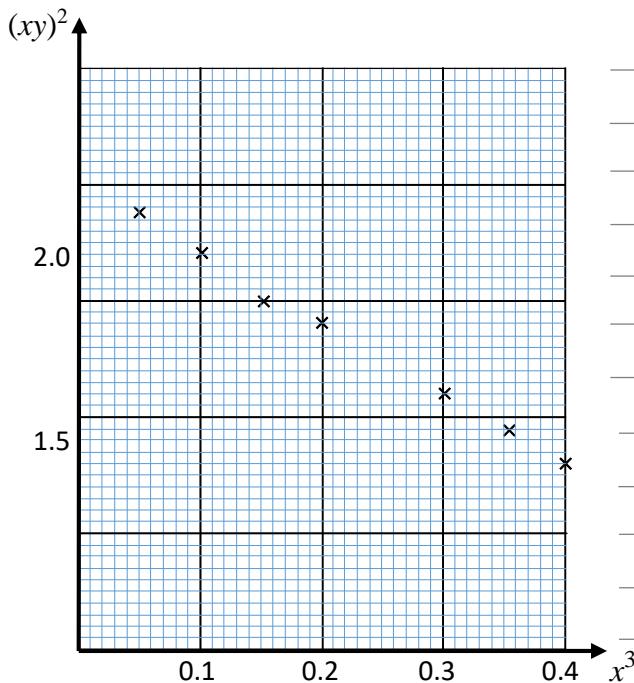
ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
4	<p>(a) Bilangan ekor ayam yang belum dijual pada setiap hari membentuk janjang Aritmetik.</p> $2\ 975, 2\ 950, 2\ 925, 2\ 900, \dots$ $a = 2975 \quad d = -25$ $T_n = 2000$ $2975 + (n - 1)(-25) = 2000$ $119 + (n - 1)(-1) = 80$ $n = 40$ <p>(b) Perbelanjaan untuk makanan ayam , dalam RM , setiap hari , membentuk Janjang Aritmetik.</p> $(2975 \times 0.15), (2950 \times 0.15), (2925 \times 0.15), \dots$ $= 446.25, 442.50, 438.75, \dots$ $a = 446.25 \quad d = -3.75$ <p>Jumlah perbelanjaan bagi 40 hari,</p> $S_n = \frac{40}{2} [2(446.25) + (40 - 1)(-3.75)] = 14\ 925$	

➤ **HUKUM LINEAR / LINEAR LAW**

Soalan Subjektif Respon Terhad

- 1 Graf menunjukkan hubungan linear graf $(xy)^2$ melawan x^3 yang diperoleh daripada suatu eksperimen. Lukis garis lurus penyuaihan terbaik dan seterusnya, ungkapkan y dalam sebutan x .



[5 markah]

- 2 Suatu lengkung $y = \frac{10^{6x}}{\sqrt{3}}$ boleh diungkapkan kepada bentuk linear $Y = mX + c$ dengan keadaan m dan c ialah pemalar. Suatu garis lurus diperoleh dengan memplotkan Y melawan X . Diberi kecerunan garis lurus itu ialah 2. Ungkapkan X dan Y dalam sebutan x dan/ atau y ,

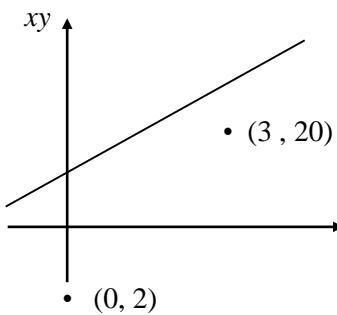
[3 markah]

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

3 (TP3)

Pemboleh ubah x dan y dihubungkan oleh persamaan

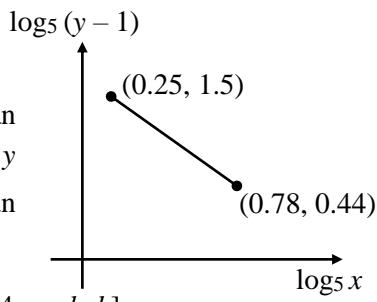
$px^2y = \frac{k}{x} + p^2x$ dengan p dan k ialah pemalar. Rajah menunjukkan garis lurus yang diperoleh dengan memplot xy melawan $\frac{1}{x^2}$. Berdasarkan rajah, ungkapkan persamaan $px^2y = \frac{k}{x} + p^2x$ ke dalam bentuk linear dan seterusnya cari nilai k .



[4 markah]

4 (TP3)

Rajah menunjukkan graf yang diperoleh apabila $\log_5(y - 1)$ melawan $\log_5 x$. Hubungan linear ini dihubungkan oleh persamaan lengkung $y = \frac{A}{x^n} + B$ dengan keadaan n, A dan B adalah pemalar. Cari persamaan lengkung itu dalam bentuk yang diberi.

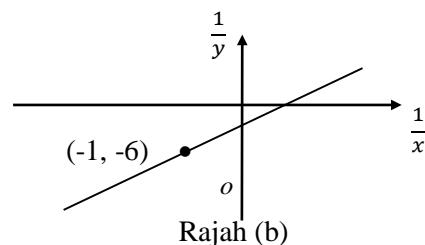
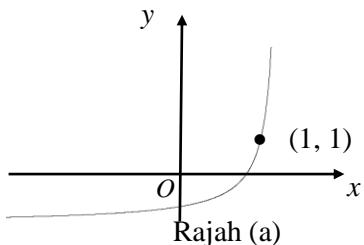


[4 markah]

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

- 5** Rajah (a) dan (b) menunjukkan dua graf yang diperoleh daripada persamaan yang sama iaitu

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{p+qx}$$
 dengan keadaan p dan q ialah pemalar.



Cari nilai p dan nilai q .

[4 markah]

Soalan Subjektif Respon Terhad Berstruktur

- 6** Jadual menunjukkan nilai-nilai bagi dua pembolehubah x dan y yang diperoleh daripada satu eksperimen. Pembolehubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $\frac{y}{k} = \frac{x}{3h+4x}$ dengan keadaan h dan k ialah pemalar.

x	1.25	1.5	2	3	3.57	5	7
y	2	0.95	0.59	0.4	0.37	0.323	0.303

- (a) Bina jadual bagi $\frac{1}{x}$ dan $\frac{1}{y}$ berdasarkan jadual di atas. [2 markah]
- (b) Plot $\frac{1}{y}$ melawan $\frac{1}{x}$ menggunakan skala 2 cm kepada 0.1 unit pada paksi- $\frac{1}{x}$ dan 2 cm kepada 0.5 unit pada paksi- $\frac{1}{y}$. [3 markah]
- (c) Gunakan graf pada (b) untuk mencari nilai
- (i) k ,
 - (ii) h ,
 - (iii) x apabila $y = \frac{2}{3}$.
- [5 markah]
- 7** Jadual menunjukkan nilai-nilai bagi dua pembolehubah x dan y yang diperoleh daripada satu eksperimen. Pembolehubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $y = \frac{Q}{Px\sqrt{Q}}$ dengan keadaan P dan Q ialah pemalar.

x	1.5	2	3	4	5	6	8
y	15.85	23.94	50.12	87.33	120.23	165.96	263.0

- (a) Bina jadual bagi $\log_{10} y$ dan $\log_{10} x$ berdasarkan jadual di atas. [2 markah]
- (b) Plot $\log_{10} y$ melawan $\log_{10} x$, menggunakan skala 2 cm kepada 0.1 unit pada paksi- $\log_{10} x$ dan 2 cm kepada 0.2 unit pada paksi- $\log_{10} y$. [3 markah]
- (c) Gunakan graf pada (b) untuk mencari nilai
- (i) P ,
 - (ii) Q ,
 - (iii) x apabila $y = 31.62$.
- [5 markah]

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

- 8** Jadual menunjukkan kadar tindak balas kimia, K , bagi suatu bahan dengan suhunya, T yang diperoleh daripada suatu eksperimen. Diketahui K dan T dihubungkan oleh persamaan

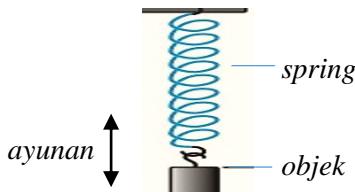
$$K = A 3^{\frac{-b}{T}}$$

dengan keadaan A dan b ialah pemalar.

Suhu, T ($^{\circ}\text{C}$)	76.9	50	33.3	22.22	15.385	12.82	11.11
Kadar tindak balas, K (mol s^{-1})	33.11	25.12	18.2	10.5	5.25	3.31	2.344

- (a) Bina jadual, berdasarkan jadual di atas, bagi $\log_{10} K$ dan $\frac{1}{T}$. [2 markah]
- (b) Plotkan $\log_{10} K$ melawan $\frac{1}{T}$ dengan menggunakan 2 cm kepada 0.01 unit pada paksi- $\frac{1}{T}$ dan 2 cm kepada 0.2 unit pada paksi- $\log_{10} K$. Seterusnya, lukis garis lurus penyuai terbaik. [3 markah]
- (c) Daripada graf, cari
 (i) nilai A , (ii) nilai b , (iii) kadar tindak balas pada suhu bilik, 27°C . [5 markah]

- 9** Ali telah menjalankan satu eksperimen mengenai spring dan jisim objek. Rajah menunjukkan suatu objek yang digantung pada hujung suatu spring. Spring ditarik ke bawah pada jarak yang tetap dan dibiarkan berayun secara mencancang.



Diketahui, tempoh ayunan, T , dan jisim objek, m dihubungkan oleh persamaan $T \sqrt{k} = 2\pi \sqrt{m}$ dengan keadaan k ialah pemalar spring. Spring itu dibiarkan berayun sehingga berhenti dan tempoh ayunan, T , spring itu untuk jisim objek, m , yang belainan direkodkan seperti dalam jadual di bawah.

Jisim, m (kg)	0.75	1	1.5	2	2.5	3	4
Tempoh ayunan, T (s)	8.49	10	12.247	14.283	15.81	17.088	20

- (a) Ungkapkan persamaan $T \sqrt{k} = 2\pi \sqrt{m}$ kepada bentuk linear. [1 markah]
- (b) Plotkan T^2 melawan m dengan menggunakan 2 cm kepada 0.5 unit pada paksi- m dan 2 cm kepada 40 unit pada paksi- T^2 . Seterusnya, lukis garis lurus penyuai terbaik. [4 markah]
- (c) Daripada graf, cari nilai pemalar spring yang Ali peroleh.
 [Guna $\pi = 3.142$] [2 markah]
- (d) Ali telah menggantungkan sebuah buaian berjisim 1.1kg pada spring itu dan kemudian meletakkan kucingnya, Cumi, berjisim 2.3 kg, didalam buaian itu dan diayunkan seperti eksperimen di atas. Cumi melompat keluar separuh daripada masa yang sepatutnya spring berhenti berayun. Berapakah tempoh masa Cumi berada dalam buaian itu? [3 markah]

PENYELESAIAN

<p>1. pintasan-$y = 2$ kecerunan = -3</p> $(xy)^2 = -3x^3 + 2$ $y^2 = \frac{2-3x^3}{x^2}$ $y = \sqrt{\frac{2-3x^3}{x^2}} = \frac{\sqrt{2-3x^3}}{x}$ <p>atau</p> $= \sqrt{\frac{2}{x^2} - 3x}$	<p>2. $y = \frac{10^{6x}}{\sqrt{3}}$ $\log_{10} y = \log_{10} 10^{6x} - \log_{10}\sqrt{3}$ $\log_{10} y = 6x - \log_{10}\sqrt{3}$ <i>diberi kecerunan = 2</i> $\log_{10} y = 2(3x) - \log_{10}\sqrt{3}$ <i>maka, Y = log₁₀y dan X = 3x</i></p>	<p>3. $px^2y = \frac{k}{x} + p^2x$ $xy = \frac{k}{x(px)} + \frac{p^2x}{px}$ $xy = \frac{k}{p} \left(\frac{1}{x^2}\right) + p$ $\begin{matrix} Y & m & X \\ c & & \end{matrix}$ - pintasan-y, $p = 3$ - kecerunan, $\frac{k}{p} = \frac{20-2}{3-0}$ $k = 18$</p>
<p>4. kecerunan = $\frac{1.5-0.44}{0.25-0.78} = -2$ pintasan-$y = 2$</p> $\log_5(y-1) = -2\log_5 x + 2$ $\log_5(y-1) = 2\log_5 5 - 2\log_5 x$ $\log_5(y-1) = \log_5 5^2 - \log_5 x^2$ $\log_5(y-1) = \log_5 \frac{25}{x^2}$ $y-1 = \frac{25}{x^2}$ $y = \frac{25}{x^2} + 1$	<p>5. Dari graf (b)</p> $\frac{y}{x} = \frac{1}{p+qx} \rightarrow \frac{1}{y} = \frac{p+qx}{x}$ $\frac{1}{y} = \frac{p}{x} + q$ $(-6) = p(-1) + q$ $\underline{p-q=6} \quad \text{---①}$ <p>dari graf (a), pada (1, 1)</p> $\frac{y}{x} = \frac{1}{p+qx} \rightarrow \frac{1}{1} = \frac{1}{p+q(1)}$ $\underline{p+q=1} \quad \text{---②}$ <p>selesaikan ① + ②</p> $2p = 7$ $p = 3.5$ <p>maka,</p> $q = -2.5$	<p>6. $\frac{k}{y} = \frac{3h+4x}{x}$ $\frac{1}{y} = \frac{3h}{kx} + \frac{4}{k} \rightarrow \frac{1}{y} = \frac{3h}{k} \left(\frac{1}{x}\right) + \frac{4}{k}$ $\begin{matrix} Y & m & X \\ & & \end{matrix}$</p> <p>(c)i) pintasan-$y$, $\frac{4}{k} = 3.9 \pm 0.05$ $k = 1.026$</p> <p>ii) kecerunan = $\frac{0.5-3.9}{0.8-0}$ $\frac{3h}{k} = -4.25$ $h = -1.454$</p> <p>iii) $\frac{1}{y} = 1.5 \rightarrow \frac{1}{x} = 0.56$ $\therefore x = 1.786$</p>
<p>7. $\log_{10} y = \log_{10} Q - \log_{10} Px\sqrt{Q}$ $\log_{10} y = \log_{10} Q - [\log_{10} P + \log_{10} x\sqrt{Q}]$ $\log_{10} y = [\log_{10} Q - \log_{10} P] - \sqrt{Q}\log_{10} x$ $\begin{matrix} Y & c & m & X \\ & & & \end{matrix}$</p> <p>(c) i) kecerunan, $\frac{2.08-0.9}{0.7-0} = -\sqrt{Q} = 1.686$ $Q = 2.843$</p> <p>ii) pintasan-$y = 0.9 \pm 0.02$ $\log Q - \log P = 0.9$ $\rightarrow P = 0.3579$</p> <p>iii) $\log y = 1.5$ $\rightarrow \log x = 0.36$ $x = 2.291$</p>	<p>8. $\log_{10} K = \log_{10} A - \frac{b}{T} \log_{10} 3$ $\log_{10} K = \log_{10} A - (b \log_{10} 3)$ $3)(\frac{1}{T})$ $\begin{matrix} Y & c & m & X \\ & & & \end{matrix}$</p> <p>(c)i) pintasan-$y$, $\log_{10} A = 1.72$ $A = 52.481$</p> <p>ii) kecerunan = $\frac{0.52-1.72}{0.78-0} = -b \log_{10} 3 = -1.538$ $b = 3.223$</p> <p>iii) $T = 27 \rightarrow \frac{1}{T} = 0.037$ $\rightarrow \log_{10} K = 1.15$ $K = 14.125$</p>	<p>9. $(T\sqrt{k})^2 = (2\pi\sqrt{m})^2$ $T^2 k = 4\pi^2 m$ $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$ $\begin{matrix} Y & m & X \\ & & \end{matrix}$</p> <p>c) kecerunan = $\frac{300-100}{3-1} = 100$ $\frac{4\pi^2}{k} = 100$ $k = 0.3949$</p> <p>d) Jumlah $m = 2.3 + 1.1 = 3.4$ kg $\rightarrow T^2 = 340$ $T = 18.439$ \therefore Cumi berada dalam buaian = 9.22 s</p>

- 1 Titik B ialah $(5, 0)$. Titik $P(x, y)$ bergerak dengan keadaan $PB = 3$.

The point B is $(5, 0)$. A point $P(x, y)$ moves such that $PB = 3$.

Cari persamaan lokus bagi P .

Find the equation of the locus of P .

[3 markah]
[3 marks]

JAWAPAN: $x^3 + y^2 - 10x + 16 = 0$

- 2 Garis lurus $y = -3x + 8$ adalah selari dengan garis lurus $y = (k + 2)x + 7$, dengan keadaan k ialah pemalar.

The straight line $y = -3x + 8$ is parallel to the straight line $y = (k + 2)x + 7$, where k is a constant.

Tentukan nilai k .

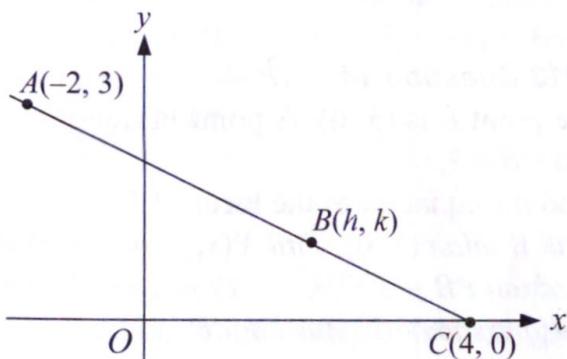
Determine the value of k .

[2 markah]
[2 marks]

JAWAPAN: -5

- 3 Rajah 3 menunjukkan garis lurus AC .

Diagram 3 shows a straight line AC .



Rajah 3
Diagram 3

Titik B terletak di atas AC dengan keadaan $AB:BC = 3:1$. Cari koordinat B .

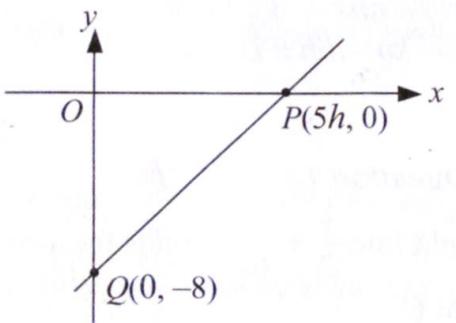
The point B lies on AC such that $AB:BC = 3:1$. Find the coordinates of B .

[3 markah]
[3 marks]

JAWAPAN: $\left(\frac{5}{3}, \frac{3}{4}\right)$

- 4 Rajah 4 menunjukkan satu garis lurus PQ yang mempunyai persamaan $\frac{x}{10} + \frac{y}{2k} = 1$.

Diagram 4 shows a straight line PQ with the equation $\frac{x}{10} + \frac{y}{2k} = 1$.



Rajah 4
Diagram 4

Tentukan nilai h dan nilai k.

Determine the value of h and of k.

[2 markah]
[2 marks]

JAWAPAN: ***h = 2***
k = -4

- 5 Garis lurus $\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1$ memotong paksi-x di P dan paksi-y di Q.

A straight line $\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1$ cuts the x-axis at P and y-axis at Q.

Cari / Find

- (a) kecerunan garis lurus.
the gradient of the straight line.
- (b) persamaan pembahagi dua sama serenjang garis lurus itu.
the equation of the perpendicular bisector of the straight line.

[4 markah]
[4 marks]

JAWAPAN: ***a. -3***
b. (1, 3)

- 6 Ungkapkan persamaan bulatan $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 39 = 0$ dalam bentuk $(x - h)^2 + (y - k)^2 = j^2$. Seterusnya, nyatakan koordinat pusat dan jejari bulatan itu.

Express the given equation of circle $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 39 = 0$ in the form $(x - h)^2 + (y - k)^2 = j^2$. Hence, state the coordinates of the centre and the radius of the circle.

[4 markah]
[4 marks]

JAWAPAN:

$$(x - 3)^2 + [y - (-4)]^2 = 8^2$$

Koordinat pusat/ Coordinates of the centre = (3, -4)
Jejari/Radius = 8

- 7 Persamaan suatu garis lurus diberi oleh $px + qy - 1 = 0$, dengan keadaan p dan q ialah pemalar.

The equation of a straight line is given by $px + qy - 1 = 0$, where p and q are constants.

Cari dalam sebutan p dan q

Find in terms of p and q

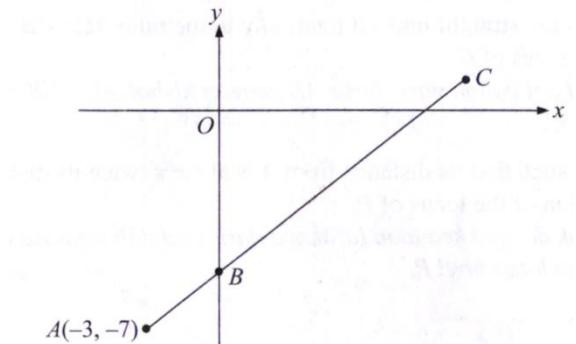
- (a) kecerunan garis lurus itu,
the gradient of the straight line,
- (b) kecerunan garis lurus yang berserenjang dengan garis $px + qy - 1 = 0$
the gradient of the straight line which is perpendicular to the line
 $px + qy - 1 = 0$

[2 markah]
[2 marks]

JAWAPAN: **a.** $-\frac{p}{q}$
b. $\frac{q}{p}$

- 8 Penyelesaian secara lukisan berskala tidak akan diterima.
Solution by scale drawing will not be accepted.

Rajah 8 menunjukkan garis lurus AC yang bersilang dengan paksi- y pada titik B .
Diagram 8 shows the straight line AC which intersects the y -axis at point B .



Rajah 8
Diagram 8

Persamaan AC ialah $3y = 2x - 15$.
The equation of AC is $3y = 2x - 15$.

Cari / Find

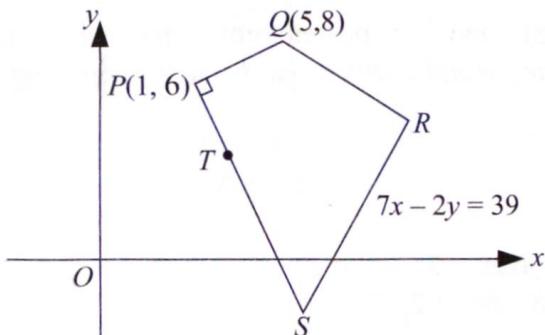
- (a) persamaan garis lurus yang melalui titik A dan berserenjang dengan AC
the equation of the straight line which passes through point A and is perpendicular to AC . [4 makah]
[4 marks]
- (b) (i) koordinat B
the coordinates of B .
- (ii) koordinat C , diberi $AB : BC = 2:7$.
the coordinates of C , given $AB : BC = 2:7$. [3 markah]
[3 marks]

JAWAPAN: **a. $3x + 2y + 23 = 0$**
b. (i) $(0, -5)$
(ii) $(\frac{21}{2}, 2)$

- 9 Penyelesaian secara lukisan berskala tidak diterima.
Solution by scale drawing is not accepted.

Rajah 9 menunjukkan sisi empat $PQRS$. Garis lurus PQ adalah berserenjang dengan garis lurus PS . Titik T terletak pada garis lurus PS .

Diagram 9 shows a quadrilateral $PQRS$. The straight line PQ is perpendicular to the straight line PS . Point T lies on the straight line PS .



Rajah 9
Diagram 9

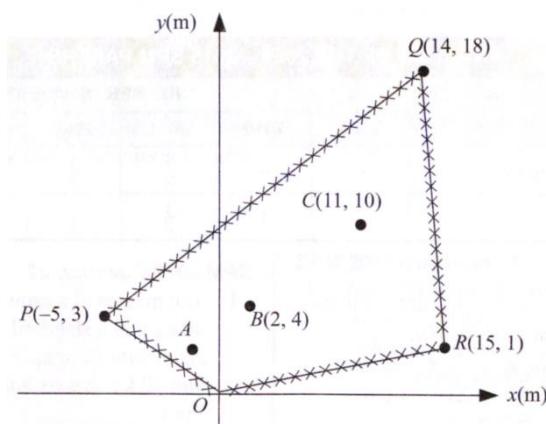
Cari / Find

- (a) persamaan garis lurus PS .
the equation of the straight line PS . [3 markah]
[3 marks]
- (b) koordinat S
the coordinates of S . [2 markah]
[2 marks]
- (c) koordinat T jika $PT: TS = 1 : 3$,
the coordinates of T if $PT: TS = 1 : 3$, [2 markah]
[2 marks]
- (d) koordinat R jika luas sisi empat $PQRS$ ialah 30 unit^2 .
the coordinates of R if the area of quadrilateral $PQRS$ is 30 unit^2 . [3 markah]
[3 marks]

JAWAPAN: **a. $y = -2x + 8$**
b. $(5, -2)$
c. $(2, 4)$
d. $(7, 5)$

- 10 Rajah 10 menunjukkan sebuah tapak perkhemahan $OPQR$ yang telah dibersihkan oleh sekumpulan pengakap. Titik-titik A , B dan C adalah masing-masing pusat khemah A , B dan C . A , B dan C adalah segaris.

*Diagram 10 shows a campsite $OPQR$ that had been cleared by a group of scouts.
Points A , B and C are the centre of the tents A , B and C respectively. A , B and C are collinear.*



Rajah 10
Diagram 10

Diberi jarak titik C ialah 3 kali ganda dari titik B dan 4 kali ganda dari titik A .

Given the distance of point C is 3 times from point B and 4 times from point A .

(a) Cari / Find

(i) luas, dalam m^2 , tapak perkhemahan $OPQR$,
the area, in m^2 , of the campsite $OPQR$,

(ii) koordinat A .
the coordinates of A .

[4 markah]
[4 marks]

(b) Seorang pengakap menabur serbuk belerang di sekeliling khemah C dengan keadaan jarak laluan serbuk belerang dari pusat khemah C ialah sentiasa 3 meter. Cari persamaan laluan serbuk belerang itu.

A scout spread sulphur powder around tent C such that the distance of the sulphur powder track from the centre of tent C is always 3 meters. Find the equation of the track of the sulphur powder.

[3 markah]
[3 marks]

JAWAPAN: a. (i) $194m^2$

(ii) $(-1, 2)$

b. $x^3 + y^2 - 22x - 20y + 212 = 0$

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

JAWAPAN GEOMETRI KOORDINAT

Item	Penyelesaian / <i>Solutions</i>	Markah Marks
1	$(x - 5)^2 + (y - 0)^2 = 3^2 \quad \text{atau setara}$ $x^2 - 10x + 25 + y^2 = 9$ $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$	1 1 1 [3 m]
2	$k + 2 = -3$ $k = -5$	1 1 [2 m]
3	$\frac{3(4)+1(-2)}{4} = h \quad \text{atau} \quad \frac{3(0)+1(3)}{4} = k$ $h = \frac{5}{2}$ $k = \frac{3}{4}$	1 1 1 [3 m]
4	$5h = 10 \quad \text{atau} \quad 2k = -8$ $h = 2 \quad \text{dan} \quad k = -4$	1 1 [2 m]
5(a) (b)	-3 $\text{titik tengah} = (1,3)$ $\text{kecerunan garis serenjang} = \frac{1}{3}$ $3y = x + 8 \quad \text{atau setara}$	1 1 1 1 [4 m]
6	$\left(x - \frac{6}{2}\right)^2 - \left(-\frac{6}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 39 \quad \text{atau setara}$ $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 8^2$ $\text{koordinat pusat bulatan} = (3, -4)$ $\text{jejari} = 8$	1 1 1 1 [4 m]
7(a) (b)	$-\frac{p}{q}$ $\frac{q}{p}$	1 1 [2 m]
8(a)	$\frac{2}{3}$ $-\frac{3}{2}$	1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

Item	Penyelesaian / <i>Solutions</i>	Markah Marks
(b)(i)	$y - (-7) = -\frac{3}{2}(x - (-3))$ $2y + 3x + 23 = 0 \quad \text{atau setara}$	1
(ii)	$(0, -5)$ $\frac{2(x)+7(-3)}{9} = 0 \quad \text{atau} \quad \frac{2(y)+7(-7)}{9} = -5$ $(\frac{21}{2}, 2)$	1 1 1 1 [7 m]
9(a)	$m_{PQ} = \frac{1}{2}$ $m_{PS} = -2$ $y = -2x + 8 \quad \text{atau setara}$	1 1 1
(b)	$7x - 2(-2x + 8) = 39 \quad \text{atau setara}$	1
(c)	$(5, -2)$ $\frac{3(1)+1(5)}{4} = x \quad \text{atau} \quad \frac{3(6)+1(-2)}{4} = y$	1
(d)	$(2,4)$ $30 = \frac{1}{2} [(1)(8) + (5)(y) + (x)(-2) + (5)(6)] - [(6)(5) + (8)(x) + (y)(5) + (-2)(1)] \quad \text{atau setara}$ $7(7) - 2y = 39$ $(7,5)$	1 1 1 1 [10 m]
10(a)(i)	$luas = \frac{1}{2} [(0)(3) + (-5)(18) + (14)(1) + (15)(0)] - [(0)(-5) + (3)(14) + (18)(15) + (2)(0)] \quad \text{atau setara}$ $194m^2$	1
(ii)	$\frac{3(x)+1(11)}{4} = 2 \quad \text{atau} \quad \frac{3(y)+1(10)}{4} = 4$ $(-1,2)$	1
(b)	$(x - 11)^2 + (y - 10)^2$ $(x - 11)^2 + (y - 10)^2 = 9$ $x^2 + y^2 - 22x - 20y + 212 = 0$	1 1 1 1 [7 m]

➤ **VEKTOR / VECTOR**

1. Diberi $v = 2i + 3j$ dan $w = -2i + j$. Titik P ialah (-3,3) dan titik Q ialah (9, 2). Diberi

$\overrightarrow{PQ} = hv + kw$ dengan keadaan h dan k ialah pemalar. Carikan

Given that $v = 2i + 3j$ and $w = -2i + j$. Point P are (-3,3) and point Q are (9,2). Given that $\overrightarrow{PQ} = hv + kw$ where h and k are constant. Find

- a) Nilai h dan nilai k

The value of h and k

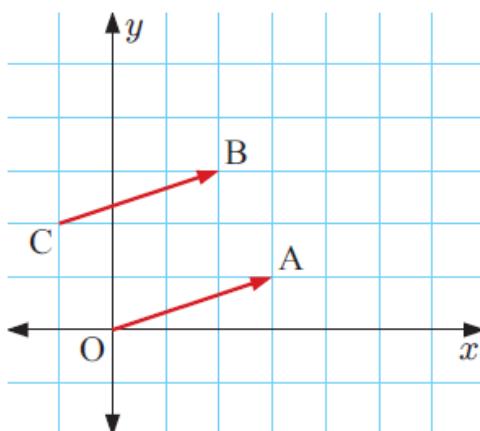
- b) Vector unit pada arah \overrightarrow{PQ} dalam sebutan i dan j

Unit vector in the direction of \overrightarrow{PQ} in terms of i and j .

[5 markah]

[5 marks]

2.



- a) Tuliskan vektor \overrightarrow{OA} dan \overrightarrow{CB} dalam bentuk vektor lajur dan dalam sebutan i dan j .

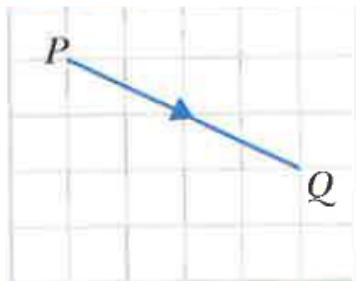
Write vector \overrightarrow{OA} and \overrightarrow{CB} in terms of column vector and in terms of i and j .

- b) Jelaskan jawapan anda di (a)

[3 markah]

[3 marks]

3.



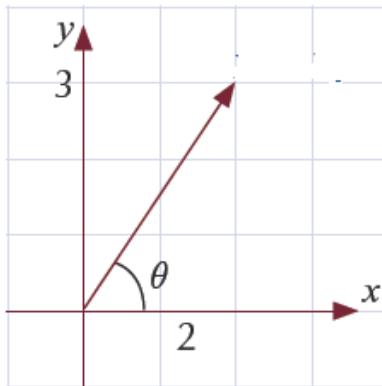
a) Tuliskan \overrightarrow{PQ} dalam bentuk $ai + bj$. Seterusnya, cari $|\overrightarrow{PQ}|$

Write \overrightarrow{PQ} in the form of $ai + bj$. Then, find $|\overrightarrow{PQ}|$

[3 markah]

[3 marks]

4.



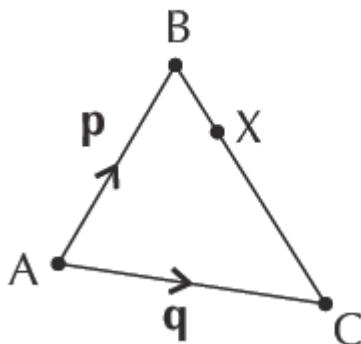
Anak panah menunjukkan vektor A di atas satah cartesan. Cari vektor A dan magnitudnya dalam sebutan i dan j .

Arrow shows that vector A on the Cartesian plane. Find vector A and the magnitude in terms of i and j .

[3 markah]

[3 marks]

5.



Laluan ke sekolah \overrightarrow{AB} dan laluan ke masjid \overrightarrow{AC} yang dilalui oleh Habib dimodelkan oleh vektor p dan q masing-masing seperti rajah di atas. Rumah Habib terletak diantara titik B dan titik C iaitu X, yang membahagi garis BC dengan nisbah 2:5.

Cari vektor \overrightarrow{AX} dalam sebutan p dan q .

Route to school \overrightarrow{AB} and route to the mosque \overrightarrow{AC} that Habib took are modelled by the vectors p and q respectively. Habib's house lies between point B and point C which is X, divides the line BC in the ratio 2:5. Find vector \overrightarrow{AX} in terms of p and q .

[5 markah]
[5 marks]

6. Diberi $(3p + 4q - 5)\mathbf{a} + (p + 6q - 4)\mathbf{b} = \mathbf{0}$, di mana \mathbf{a} dan \mathbf{b} adalah vektor tidak selari.

Cari nilai p dan q .

Given $(3p + 4q - 5)\mathbf{a} + (p + 6q - 4)\mathbf{b} = \mathbf{0}$ where a and b are non-parallel vectors. Find the values of p and q .

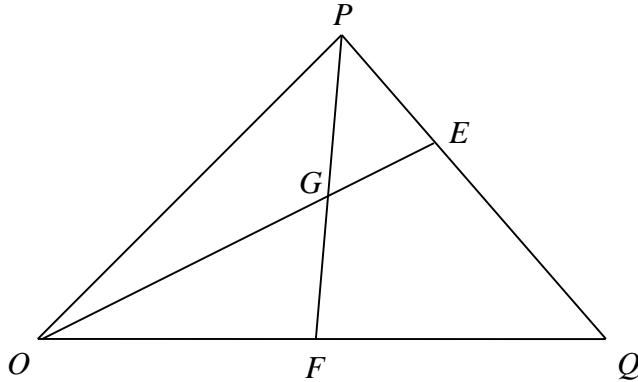
[3 markah]
[3 marks]

7. Diberi bahawa $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} h \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan $\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} k \\ -3 \end{pmatrix}$, dengan keadaan h dan k ialah pemalar. Ungkapkan h dalam sebutan k jika titik-titik A, B dan C terletak pada satu garis lurus.

Given that $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} h \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ and $\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} k \\ -3 \end{pmatrix}$, where h and k are constant.

Express h in terms of k if the points A, B and C lie on a straight line. [3 markah]
[3 marks]

8.



Rajah menunjukkan segi tiga OPQ. E ialah titik pada PQ dengan keadaan $PE : EQ = 1 : 2$ dan F ialah titik tengah OQ. Garis OE bersilang dengan PF pada titik G. Diberi $\overrightarrow{OP} = 3\hat{x}$ and $\overrightarrow{OQ} = 6\hat{y}$.

Diagram shows a triangle OPQ. E is a point on PQ where $PE : EQ = 1 : 2$ and F is the midpoint of OQ. The line OE intersects with PF at point G. Given $\overrightarrow{OP} = 3\hat{x}$ and $\overrightarrow{OQ} = 6\hat{y}$.

a) Ungkapkan dalam sebutan \hat{x} atau \hat{y} .

Express in terms of \hat{x} and / or \hat{y} .

(i) \overrightarrow{OF} ,

(ii) \overrightarrow{OE} ,

[3 markah]

[3 marks]

b) Diberi bahawa $\overrightarrow{PG} = k\overrightarrow{PF}$ dan $\overrightarrow{OG} = k\overrightarrow{OE}$, dengan keadaan h dan k ialah pemalar.

It is given $\overrightarrow{PG} = k\overrightarrow{PF}$ and $\overrightarrow{OG} = k\overrightarrow{OE}$, where h and k are constants.

(i) ungkapkan \overrightarrow{OG} dalam sebutan h , \hat{x} dan \hat{y} ,

express \overrightarrow{OG} in terms of h , \hat{x} and/or \hat{y} ,

(ii) Ungkapkan \overrightarrow{OG} dalam sebutan k , \hat{x} and/or \hat{y} .

Seterusnya, cari nilai k dan h

Hence, find the value of k and of h

[7 markah]

[7 marks]

JAWAPAN VEKTOR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
1.	a) $h = 2, k = 1$ b) $\frac{1}{\sqrt{61}}(6i + 5j)$	2 3
2.	a) $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 3i + j$ $\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 3i + j$ b) The vectors \overrightarrow{OA} and \overrightarrow{CB} are equal.	2 1
3.	a) $\overrightarrow{PQ} = 4i - 2j$ b) Using Pythagoras, $ \overrightarrow{PQ} = \sqrt{(4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.	1 1 1
4.	a) $2i + 3j$ b) Use Pythagoras' theorem as before to find the magnitude: $ a = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$	1 1 1
5	$\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BX}$. You know $\overrightarrow{AB} = p$, so you just need to find \overrightarrow{BX} in terms of p and q . X divides BC in the ratio 2:5, so BX is $\frac{2}{2+5} = \frac{2}{7}$ of BC. That means $\overrightarrow{BX} = \frac{2}{7}\overrightarrow{BC}$ Now to find \overrightarrow{BC} in terms of p and q : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -p + q$ Plugging all this back into your equation for \overrightarrow{AX} gives: $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BX} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{BC} = p + \frac{2}{7}(-p + q) = \frac{5}{7}p + \frac{2}{7}q$	1 1 1 1 1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
6.	<p>$p = 1$ dan $q = \frac{1}{2}$</p> <p>B2: $p = 1$ atau $q = \frac{1}{2}$</p> <p>B1: $3p + 4q - 5 = 0$ atau $p + 6q - 4 = 0$</p>	
7.	<p>$h = \frac{8-k}{7}$</p> <p>$-h + k = -\lambda + k\lambda$ and $-8 = -7\lambda$</p> <p>$AB = \begin{pmatrix} -h+k \\ -8 \end{pmatrix}$ atau $BC = \begin{pmatrix} -1+k \\ -7 \end{pmatrix}$</p>	
8.	<p>a) i) $\overrightarrow{OF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ}$ $= 3\tilde{y}$</p> <p>ii) $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PE}$ $= \overrightarrow{OP} + \frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}$ $= \overrightarrow{OP} + \frac{1}{3}(-3\tilde{x} + 6\tilde{y})$ $= 2\tilde{x} + 2\tilde{y}$</p> <p>b) i) $\overrightarrow{PG} = h\overrightarrow{PF}$ $\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OG} = h(\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OF})$ $\overrightarrow{OG} = h(\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OF}) - \overrightarrow{PO}$ $= 3(1-h)\tilde{x} + 3h\tilde{y}$</p> <p>ii) $\overrightarrow{OG} = k\overrightarrow{OE}$ $= k(2\tilde{x} + 2\tilde{y})$ $= 2k\tilde{x} + 2k\tilde{y}$</p>	

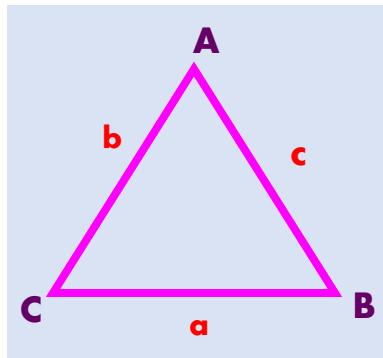
	$3(1-h)x + 3hy = 2kx + 2ky$ $3(1-h) = 2k \quad 3h = 2k$ $3(1-h) = 3h$ $h = \frac{1}{2}$ $k = \frac{3}{4}$	
--	---	--

BAB 9

PENYELESAIAN SEGITIGA

NOTA

1. Petua Sinus



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

atau

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Segi tiga	$\frac{a}{\sin A}$	$\frac{b}{\sin B}$	$\frac{c}{\sin C}$
Segi tiga bersudut tirus	$\frac{11.12}{\sin 78.93^\circ}$	$\frac{9.8}{\sin 59.89^\circ}$	$\frac{7.46}{\sin 41.18^\circ}$
Segi tiga bersudut cakah	$\frac{8.5}{\sin 46.3^\circ}$	$\frac{4.06}{\sin 20.2^\circ}$	$\frac{10.785}{\sin 113.5^\circ}$

2. Petua Kosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ab \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

3. Luas Segitiga

$$= \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2} ac \sin B$$

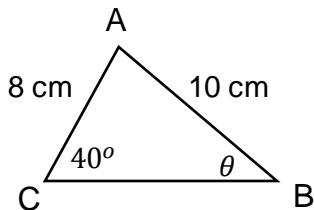
$$= \frac{1}{2} bc \sin A$$

Jawab semua soalan di bawah (TP3)

1. Cari

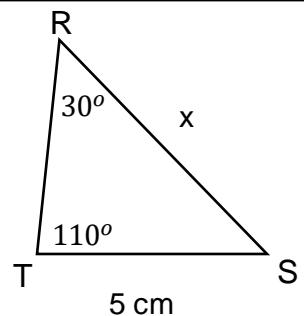
- a) nilai θ
- b) $\angle BAC$

c) panjang CB

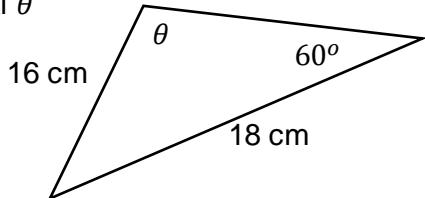


2. Cari

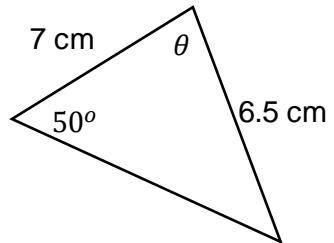
- a) nilai x
- b) $\angle RST$
- c) panjang RT



3. Cari nilai θ



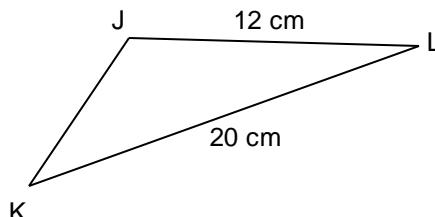
4. Cari nilai θ



Jawab semua soalan di bawah (TP3)

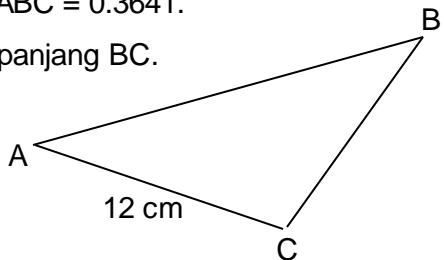
5. Diberi $\sin \angle KJL = 0.4835$.

Cari $\cos \angle JKL$.

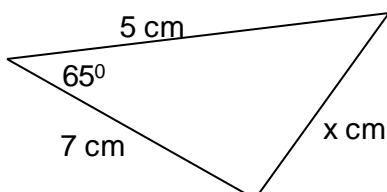


6. Diberi $\sin \angle BAC = 0.5382$ dan $\sin \angle ABC = 0.3641$.

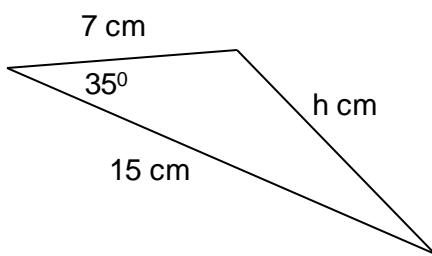
Cari panjang BC.



7. Cari nilai x .

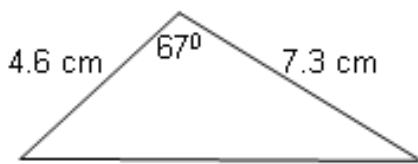


8. Cari nilai h .



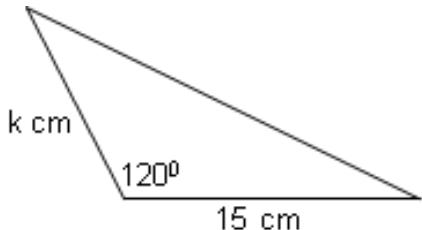
Jawab semua soalan di bawah (TP3)

9.



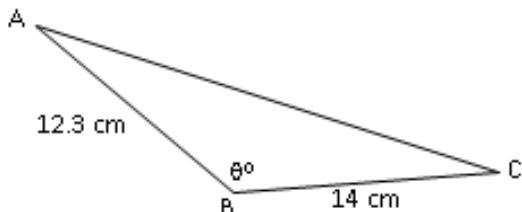
Cari luas segitiga.

10. Diberi luas segitiga ialah 54 cm^2 .



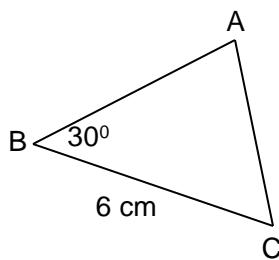
Cari nilai k.

11. Diberi luas segitiga ABC ialah 52.5 cm^2 dan θ adalah sudut cakah.



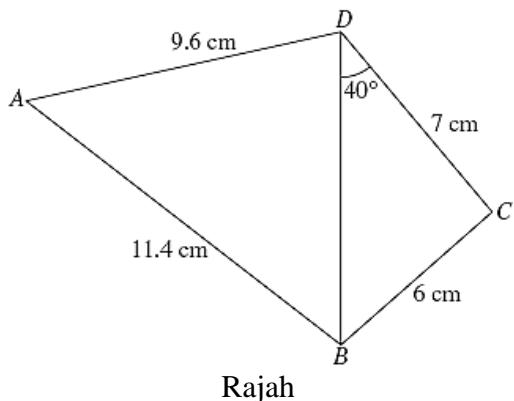
Cari θ .

12. Diberi luas ABC ialah 15 cm^2 .



- Cari
- panjang AB,
 - panjang AC,
 - $\angle BAC$,

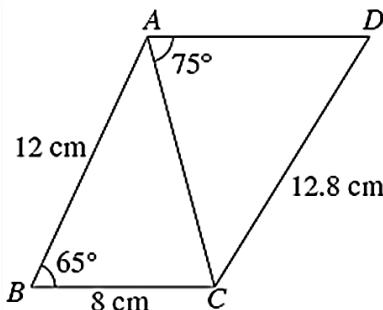
13. Rajah menunjukkan sebuah sisi empat ABCD.



Hitung

- (a) $\angle BCD$. [2 markah]
- (b) panjang BD, dalam cm. [2 markah]
- (c) $\angle BAD$. [2 markah]
- (d) luas, dalam cm^2 , sisi empat ABCD. [4 markah]

14. Rajah menunjukkan sebuah sisi empat ABCD.



Rajah

(a) Cari panjang AC, dalam cm.

[2 markah]

(b) Hitung

- (i) $\angle ADC$.
- (ii) $\angle ACD$.

[4 markah]

(c) Hitung luas, dalam cm^2 , sisi empat ABCD.

[4 markah]

JAWAPAN PENYELESAIAN SEGITIGA

NO. SOALAN	JAWAPAN
1.	a) 53.46° b) 86.54° c) 12.42 cm
2.	a) 9.397 cm b) 40° c) 6.428 cm
3.	103.02°
4.	74.41°
5.	0.9570
6.	17.74
7.	6.664
8.	10.098
9.	15.46
10.	8.314
11.	142.43
12.	a) 10 cm b) 5.664 cm c) 31.98°
13.	a) $91^\circ 25'$ b) 9.331 cm c) $\angle BAD = 51^\circ 54'$ d) 64.05 cm^2
14.	a) $AC = 11.26 \text{ cm}$ b) $\angle ADC = 58^\circ 11'$ c) $46^\circ 49'$ d) 96.05 cm^2

➤ **NOMBOR INDEKS / INDEX NUMBER**

1.

Jadual di bawah menunjukkan bilangan kes baharu Covid-19 di 2 buah negeri pada bulan Mac dan April 2021.

Table below shows the number of Covid-19 new cases at two states in March and April 2021.

Negeri State	Mac March	April
P	500	600
Q	m	1260

- a) Cari nombor indeks bagi bilangan kes baharu Covid-19 di negeri P pada bulan April dengan mengambil bulan Mac sebagai masa asas dan tafsirkan nombor indeks yang diperoleh. [3 markah]

Find the index number of Covid-19 new cases at state P in April with March as the base time and interpret the index number obtained. [3 marks]

- b) Diberi bahawa nombor indeks bagi bilangan kes baharu Covid-19 di negeri Q pada bulan April berdasarkan bulan Mac ialah 150. Cari nilai m . [2 markah]

It is given that the index number of Covid-19 new cases at state Q in April based on March is 150. Find the value of m . [2 marks]

2.

Jadual di bawah menunjukkan maklumat bagi empat bahan utama dalam penghasilan kek di sebuah kedai kek.

Table below shows the information of four materials used in making a cake at a cake shop.

Bahan <i>Ingredients</i>	Harga / Price (RM/kg)		Peratus penggunaan <i>Percentage usage</i>
	Tahun / Year 2018	Tahun / Year 2019	
Tepung / Fluor	3.00	3.30	45
Mentega / Butter	4.50	5.40	p
Telur / Egg	0.80	1.00	20
Gula / Sugar	1.20	1.20	10

- a) Nyatakan nilai p . [1 markah]
State the value of p . [1 mark]
- b) Cari indeks gubahan bagi kek tersebut pada tahun 2019 berdasarkan tahun 2018. [3 markah]
Find the composite index for the cake in the year 2019 based on the year 2018. [3 marks]
- c) Diberi harga mentega menaik sebanyak 30% dari tahun 2019 ke tahun 2020 manakala harga bahan-bahan lain kekal sama dari tahun 2019 ke tahun 2020.
It is given that the price of butter increases 30% from the year 2019 to the year 2020 while the price of other ingredients remains unchanged from the year 2019 to the year 2020.

Jika kos pengeluaran pada tahun 2018 ialah RM 8600. Hitung kos pengeluaran yang sepadan pada tahun 2020. [4 markah]

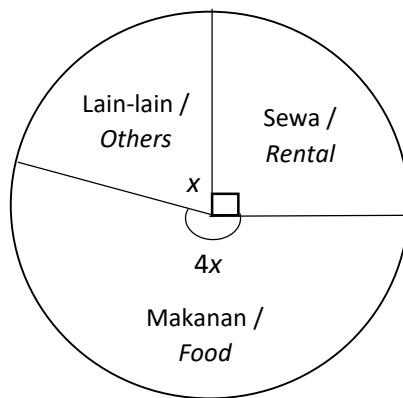
If the production cost in the year 2018 is RM 8600. Calculate the corresponding production cost in the year 2020. [4 marks]

3. (TP4)

Jadual di bawah menunjukkan indeks harga bagi tiga jenis perbelanjaan Amir pada tahun 2019 berasaskan tahun 2018 manakala carta pai menunjukkan amaun relatif perbelanjaannya.

Table below shows the price index for three types of expenditure of Amir in the year 2019 based on the year 2018 while the pie chart shows the relative amount of his expenditure.

Perbelanjaan <i>Expenditure</i>	Indeks harga <i>Price Index</i>
Makanan / <i>Food</i>	125
Sewa / <i>Rental</i>	105
Lain-lain / <i>Others</i>	110



- a) Hitung indeks gubahan bagi perbelanjaan Amir pada tahun 2019 berasaskan tahun 2018. [3 markah]

Calculate the composite index of Amir's expenditure in the year 2019 based on the year 2018. [3 marks]

- b) Diberi bahawa gaji bulanan Amir ialah RM 3000 dan semua baki duit gajinya akan disimpan dalam bank. Jika jumlah perbelanjaan Amir sepanjang tahun 2019 ialah RM 14800, hitung jumlah duit simpanannya di bank sepanjang tahun 2018. [4 markah]

It is given that Amir's monthly salary is RM 3000 and he will keep all the balance of his salary in the bank. If Amir's total expenditure in the year 2019 is RM 14800, calculate his total savings in bank in the year of 2018. [4 marks]

4.

Jadual di bawah menunjukkan harga, indeks harga dan pemberat bagi empat jenis bahan P, Q, R dan S yang digunakan dalam pengeluaran suatu jenis beg.

Table below shows the prices, the price indices and weightages of 4 items P, Q, R and S used in the production of a type of bag.

Bahan <i>Items</i>	Harga (RM) per unit <i>Price (RM) per unit</i>		Indeks harga pada tahun 2018 berdasarkan tahun 2016 <i>Price index in the year 2018 based on the year 2016</i>	Pemberat <i>Weightage</i>
	Tahun 2016 <i>Year 2016</i>	Tahun 2018 <i>Year 2018</i>		
P	5.00	5.50	x	4
Q	10.00	10.50	105	3
R	6.00	y	90	m
S	3.00	3.75	125	2

- a) Cari nilai x dan y . [3 markah]
Find the values of x and y. [3 marks]
- b) Indeks gubahan bagi harga beg tersebut pada tahun 2018 berdasarkan tahun 2016 ialah 105. Hitung nilai m . [2 markah]
The composite index for the price of the bag in year 2018 based on the year 2016 is 105. Calculate the value of m. [2 marks]
- c) Jumlah kos pengeluaran untuk beg dijangka meningkat sebanyak 20% dari tahun 2018 ke tahun 2020.
The total cost of production for the bag is expected to increase by 20% from the year 2018 to year 2020.

Hitung indeks gubahan pada tahun 2020 berdasarkan tahun 2016.

[2 markah]
Calculate the composite index in the year 2020 based on the year 2016.
[2 marks]

- d) Kos pembuatan satu beg pada tahun 2016 ialah RM 15. Cari bilangan maksimum beg yang boleh dihasilkan dengan menggunakan peruntukan sebanyak RM 500 pada tahun 2018. [3 markah]
The cost of making a bag in year 2016 is RM 15. Find the maximum number of bags can be produced using an allocation of RM 500 in year 2018.
[3 marks]

5. (TP5)

Jadual di bawah menunjukkan kos bagi empat jenis buah-buahan yang ingin ditanam oleh Haziq.

Table below shows the cost of four types of fruits that Haziq wishes to plant.

Buah <i>Fruit</i>	Indeks harga pada tahun 2018 berdasarkan tahun 2015 <i>Price index in the year 2018 based on the year 2015</i>	Perubahan indeks harga dari tahun 2018 ke tahun 2021 <i>Change of price index from the year 2018 based to the year 2021</i>	Pemberat <i>Weightage</i>
Pisang <i>Banana</i>	110	Menokok 15% <i>15% increase</i>	5
Tembikai <i>Watermelon</i>	125	Tidak berubah <i>No change</i>	2
Betik <i>Papaya</i>	x	Tidak berubah <i>No change</i>	4
Durian	120	Menyusut 3% <i>3% decrease</i>	1

- a) Hitung kos tanaman bagi pisang pada tahun 2015 jika kos yang sepadan pada tahun 2018 ialah RM 28,000. [2 markah]

Calculate the plantation cost for bananas in the year 2015 if the corresponding cost in the year 2018 is RM 28,000. [2 marks]

- b) Hitung nilai x jika indeks gubahan pada tahun 2018 berdasarkan tahun 2015 ialah 123. [2 markah]

Calculate the value of x if the price index in the year 2018 based on the year 2015 is 123. [2 marks]

- c) Diberi bahawa keuntungan keseluruhan pada tahun 2021 ialah RM 350,000.

It is given that the overall profit in the year 2021 is RM 350,000.

- i) Hitung keuntungan yang sepadan pada tahun 2018.

Calculate the corresponding profit in the year 2018.

[3 markah]

[3 marks]

ii) Dijangka bahawa kadar kenaikan harga pisang bagi tahun 2021 hingga tahun 2022 adalah sama dengan kadar kenaikan harganya bagi tahun 2018 hingga tahun 2021. Haziq ingin melabur 10% daripada keuntungan keseluruhan pada tahun 2021 untuk menanam pisang pada tahun 2022.

It is expected that the rate of increase for bananas' price in year 2021 to year 2022 is the same as the rate of increase from year 2018 to year 2021. Haziq plans to invest 10% of the overall profit in year 2021 to plant bananas in year 2022.

Gunakan maklumat daripada (a), tentukan sama ada duit tersebut cukup untuk menampung kos yang diperlukan pada tahun 2022. [3 markah]

Use the information from (a), determine whether the money is enough to cover the cost required in the year 2022. [3 marks]

BIL. NO.	JAWAPAN ANSWERS	MARKAH MARKS
1(a)	$I = \frac{600}{500} \times 100$ $I = 120$ Kenaikan kes baharu Covid-19 di negeri P dari bulan Mac ke April 2021 sebanyak 20%. <i>Covid-19 new cases in state P increases 20% from March to April 2021.</i>	1 1 1
1(b)	$150 = \frac{1260}{m} \times 100$ $m = 840$	1 1
		[5m]
2(a)	$p = 25$	1
2(b)	Tepung / <i>Fluor</i> , $I_{19/18} = \frac{3.30}{3.00} \times 100 = 110$ Mentega / <i>Butter</i> , $I_{19/18} = \frac{5.40}{4.50} \times 100 = 120$ Telur / <i>Egg</i> , $I_{19/18} = \frac{1.00}{0.80} \times 100 = 125$ Gula / <i>Sugar</i> , $I_{19/18} = 100$ $\bar{I}_{19/18} = \frac{110(45) + 120(25) + 125(20) + 100(10)}{100}$ $\bar{I}_{19/18} = 114.5$	1 1 1 1
2(c)	Mentega / <i>Butter</i> , $I_{20/18} = \frac{120 \times 130}{100} = 156$ $\bar{I}_{20/18} = \frac{110(45) + 156(25) + 125(20) + 100(10)}{100}$	1 1

	$\bar{I}_{20/18} = 123.5$ $\frac{Q_{20}}{8600} \times 100 = 123.5$ $Q_{20} = 10621$ Kos pengeluaran pada tahun 2020 ialah RM10621. <i>Production Cost in the year 2020 is RM10621.</i> 	1 1 1 [8m]
3(a)	$90 + x + 4x = 360$ $x = 54$ $\bar{I}_{19/18} = \frac{125(216) + 105(90) + 110(54)}{360}$ $\bar{I}_{19/18} = 117.75$	1 1 1 1
3(b)	$\frac{14800}{Q_{18}} \times 100 = 117.75$ Perbelanjaan / <i>Expenditure</i> , $Q_{18} = 12569$ Simpanan pada tahun 2018 / <i>Savings in year 2018</i> , $(RM3000 \times 12) - RM12569$ $= RM23431$	1 1 1 1 1 [7m]
4(a)	$x = \frac{5.50}{5.00} \times 100$ $x = 110$ $\frac{y}{6.00} \times 100 = 90$ $y = 5.40$	1 1 1

4(b)	$\frac{110(4) + 105(3) + 90(m) + 125(2)}{4 + 3 + m + 2} = 105$ $m = 4$	1 1
4(c)	$\bar{I}_{20/16} = \frac{105(120)}{100}$ $\bar{I}_{20/16} = 126$	1 1
4(d)	$\frac{P_{18}}{15} \times 100 = 126$ <p>Kos satu beg pada tahun 2018 / Cost of one bag in year 2018, $P_{18} = RM\ 18.90$</p> $500 \div 18.90$ $= 26.455$ <p>Bilangan maksimum beg / Maximum number of bags = 26</p>	1 1 1 1 1 1 [10m]
5(a)	$\frac{28000}{Q_{15}} \times 100 = 110$ <p>Kos tanaman pisang pada 2015 / Plantation cost of bananas in 2015,</p>	1

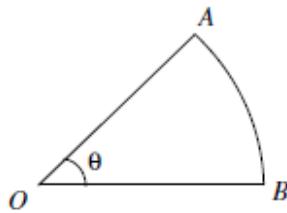
	$Q_{15} = RM\ 25454.55$	1
5(b)	$\frac{110(5) + 125(2) + x(4) + 120(1)}{5 + 2 + 4 + 1} = 123$ $x = 139$	1 1
5(c)(i)	$\bar{I}_{21/18} = \frac{115(5) + 100(2) + 100(4) + 97(1)}{5 + 2 + 4 + 1}$ $\bar{I}_{21/18} = 106$	1
	$\frac{350000}{Q_{18}} \times 100 = 106$ Keuntungan pada tahun 2018 / <i>Profit in the year 2018</i> , $Q_{18} = RM\ 330188.68$	1 1
5(c)(ii)	Pisang / Banana , $I_{22/18} = \frac{115 \times 115}{100} = 132.25$ $\frac{Q_{22}}{28000} \times 100 = 132.25$ Kos tanaman pisang yang diperlukan pada 2022 / <i>Plantation cost of bananas required in 2022</i> , $Q_{22} = RM\ 37030$	1 1
	Duit pelaburan untuk menanam pisang pada tahun 2022 / <i>Investment to plant bananas in year 2022</i> , $RM\ 350000 \times 10\% = RM\ 35000$	
	Duit pelaburan RM 35000 tidak cukup untuk menampung kos sebanyak RM 37030 pada tahun 2022. / <i>Investment of RM 35000 is not enough to cover the plantation cost of RM 37030 in the year 2022.</i>	1 [10m]

➤ **SUKATAN MEMBULAT / CIRCULAR MEASURE**

1 (TP2)

Rajah menunjukkan sektor AOB dengan pusat O.

Diagram shows a sector AOB with centre O.



Rajah
Diagram

Panjang lengkuk AB ialah 7.5 cm dan perimeter sektor AOB ialah 25 cm.

Cari nilai bagi θ , dalam radian.

The length of the arc AB is 7.5 cm and the perimeter of the sector AOB is 25 cm.

Find the value of θ , in radians.

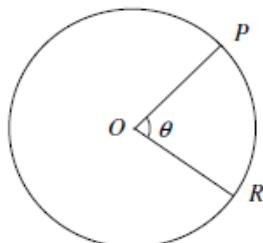
[3 markah]

[3 marks]

2 (TP2)

Rajah menunjukkan bulatan dengan pusat O.

Diagram shows a circle with centre O.



Rajah
Diagram

Panjang lengkuk minor ialah 15 cm dan sudut bagi sektor major POR ialah 280° .

Dengan menggunakan $\pi = 3.142$, cari

The length of the minor arc is 15 cm and the angle of the major sector POR is 280° .

Using $\pi = 3.142$, find

(a) nilai bagi θ , dalam radians.

(Beri jawapan betul kepada empat angka bererti)

the value of θ , in radians.

(Give your answer correct to four significant figures)

(b) panjang , dalam cm, jejari bagi bulatan.

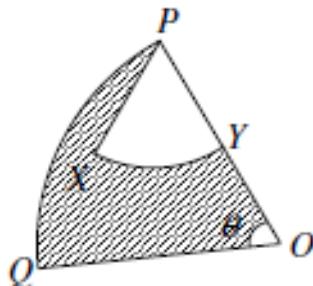
the length, in cm, of the radius of the circle .

[3 markah]

[3 marks]

3 (TP3)

Rajah menunjukkan sektor OPQ dengan pusat O dan sektor PXY dengan pusat P.
Diagram shows sector OPQ with centre O and sector PXY with centre P.



Rajah
Diagram

Diberi $OQ = 20 \text{ cm}$, $PY = 8 \text{ cm}$, $\angle XPY = 1.1 \text{ radians}$ dan panjang lengkuk $PQ = 14 \text{ cm}$.
Given that $OQ = 20 \text{ cm}$, $PY = 8 \text{ cm}$, $\angle XPY = 1.1 \text{ radians}$ and the length of arc $PQ = 14 \text{ cm}$

Kira
Calculate

- nilai bagi θ , dalam radian
the value of θ , in radian,
- luas, dalam cm^2 , kawasan yang berlorek.
area, in cm^2 , of the shaded region.

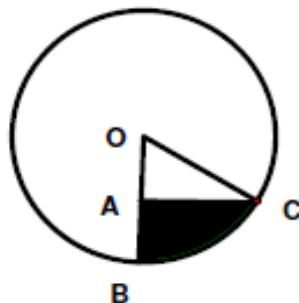
[4 markah]
[4 marks]

4 (TP3)

Rajah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan jejari 12 cm.
Diberi bahawa A, B dan C ialah titik di mana $OA = AB$ dan $\angle OAC = 90^\circ$.

[Guna $\pi = 3.142$]

Diagram 6 shows a circle with centre O and radius 12 cm. Given that A, B and C are points such that $OA = AB$ and $\angle OAC = 90^\circ$, [Use $\pi = 3.142$]



Rajah
Diagram

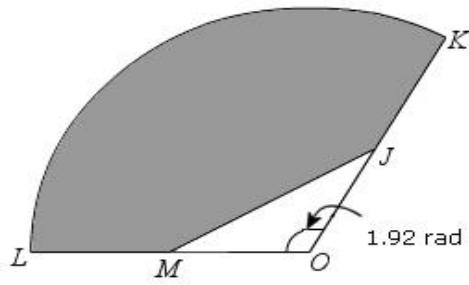
Kira
Calculate

- (a) $\angle BOC$, dalam radians,
 $\angle BOC$, in radians,
- (b) luas , dalam cm^2 , bagi kawasan berlorek
the area, in cm^2 , of the coloured region

[4 markah]
[4 marks]

5 (TP4)

Rajah menunjukkan sektor bulatan KOL dengan berpusat di O.
The diagram shows a sector KOL of a circle with centre O.



Rajah
Diagram

Diberi $OM = ML$, $OJ = JK$. $OL = 12 \text{ cm}$
Given $OM = ML$, $OJ = JK$. $OL = 12 \text{ cm}$

Cari

Find

- panjang, dalam cm, bagi lengkuk KL
the length, in cm, of the arc KL
- luas, dalam cm^2 , bagi kawasan yang berlorek
the area, in cm^2 , of the shaded region

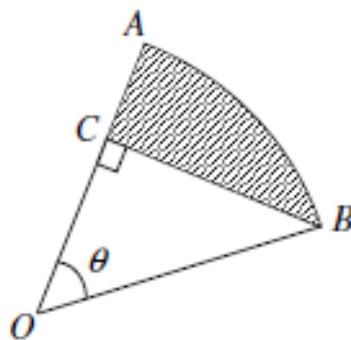
[4 markah]
[4 marks]

6 (TP4)

Rajah menunjukkan sektor AOB, berpusat O dengan jejari 15 cm.

Titik C pada OA adalah dengan keadaan di mana $OC : OA = 3 : 5$

Diagram shows the sectors AOB, centre O with radius 15 cm. The point C on OA is such that $OC : OA = 3: 5$.



Rajah
Diagram

Kira

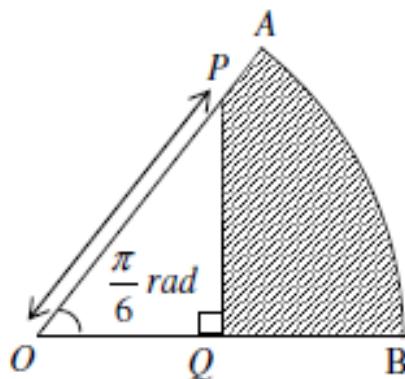
Calculate

- (a) nilai bagi θ , dalam radian [3 markah]
the value of θ , in radian, [3 marks]
- (b) luas bagi kawasan berlorek , dalam cm^2 [4 markah]
the area of the shaded region, in cm^2 . [4 marks]

7 (TP4)

Rajah menunjukkan sektor bulatan AOB bagi sebuah bulatan berpusat O. Titik P terletak pada garis OA , titik Q terletak pada garis OB dan PQ berserenjang kepada OB. Panjang OP ialah 9 cm dan $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$ rad.

Diagram 2 shows a sector AOB of a circle , centre O. The point P lies on OA , the point Q lies on OB and PQ is perpendicular to OB. The length of OP is 9 cm and $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$ rad.



Rajah
Diagram

Diberi bahawa $OP : OA = 3 : 5$

(Guna $\pi = 3.142$)

It is given that $OP: OA = 3 : 5$.

(Using $\pi = 3.142$)

Kira

Calculate

- | | |
|--|--------------------------|
| (a) panjang , dalam cm, bagi PA
<i>the length, in cm, of PA</i> | [1 markah]
[1 mark] |
| (b) perimeter, dalam cm, kawasan yang berlorek
<i>the perimeter, in cm, of the shaded region</i> | [5 markah]
[5 marks] |
| (c) luas, dalam cm^2 , bagi kawasan yang berlorek.
<i>the area, in cm^2, of the shaded region.</i> | [4 marks]
[4 marks] |

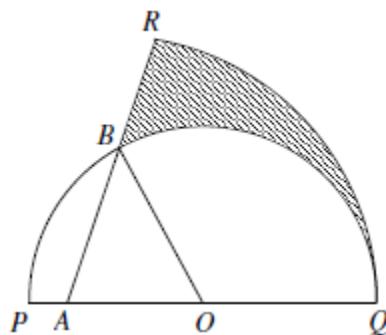
8 (TP5)

Dalam Rajah , PBQ ialah semibulatan dengan pusat O dan mempunyai jejari 10 cm .
 RAQ ialah sektor bulatan dengan pusat A dan jejari 16 m .

Diberi $AB = 10\text{ m}$ dan $\angle BOQ = 1.876$ radians. [Guna $\pi = 3.142$]

In Diagram , PBQ is a semicircle with centre O and has a radius of 10 m . RAQ is a sector of a circle with centre A and has a radius of 16 m .

It is given that $AB = 10\text{ m}$ and $\angle BOQ = 1.876$ radians. [Use $\pi = 3.142$]



Rajah
Diagram

Kira

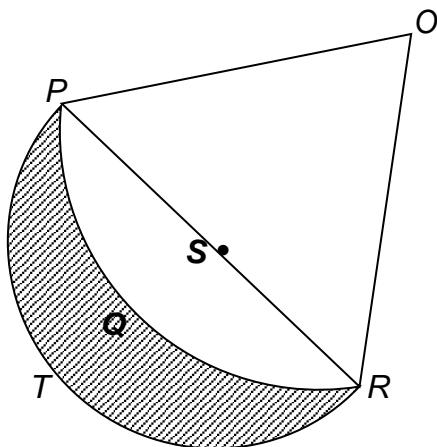
Calculate

- (a) luas, dalam m^2 , bagi sektor BOQ [2 markah]
the area , in m^2 , of sector BOQ [2 marks]
- (b) perimeter , dalam m, bagi kawasan yang berlorek. [4 markah]
the perimeter, in m , of the shaded region [4 marks]
- (c) luas , dalam m^2 , bagi kawasan yang berlorek [4 markah]
the area , in m^2 , of the shaded region . [4 marks]

9 (TP5)

Rajah menunjukkan sebuah sektor bulatan OPQR berpusat O dan sebuah semi bulatan SPTR berpusat S.

Diagram 5 shows a sector of a circle OPQR with centre O and a semicircle SPTR with centre S.



Rajah 5
Diagram

Diberi bahawa perimeter sektor bulatan OPQR ialah 22.55 cm dan $\angle POR = 0.88 \text{ rad}$.

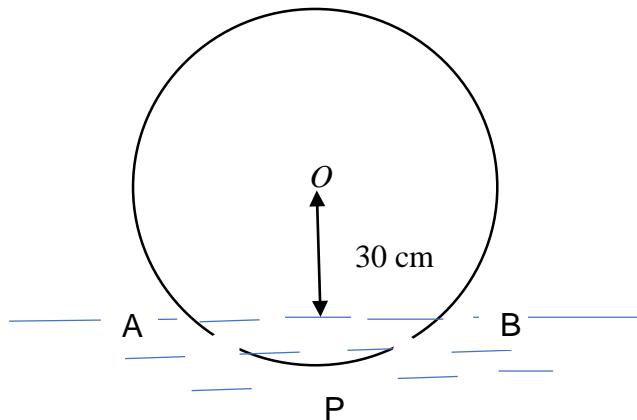
It is given that the perimeter of the sector OPQR is 22.55 cm and $\angle POR = 0.88 \text{ rad}$.

[Guna / Use $\pi = 3.142$]

Cari/ find

- | | |
|---|-------------------------|
| (a) jejari, dalam cm, sektor bulatan OPQR.
<i>the radius, in cm, of sector OPQR.</i> | [3 markah]
[3 marks] |
| (b) panjang, dalam cm, bagi PSR,
<i>the length, in cm, of PSR,</i> | [2 markah]
[2 marks] |
| (c) luas, dalam cm^2 , rantau berlorek.
<i>the area, in cm^2, of the shaded region.</i> | [5 markah]
[5 marks] |

10 (TP6)



Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas sebuah tong berbentuk silinder yang terapung di permukaan air. Jika diameter tong itu ialah 80 cm dan tinggi pusat O dari permukaan air ialah 30 cm, tunjukkan bahawa $\angle AOB$ hampir sama dengan 1.45 radian. Seterusnya, cari

- (a) panjang lengkok APB, [5 markah]
(b) luas kawasan di bawah paras air. [3 markah]

The diagram on the side shows a cross section of a cylindrical barrel floating on the surface of water. If the diameter of the barrel is 80 cm and the height of center O from the water surface is 30 cm, show that $\angle AOB$ is approximately equal to 1.45 radians.

Next, find

- (a) the length of the APB arc, [5 markah]
(b) the area below the water level. [3 markah]*

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

JAWAPAN: SUKATAN MEMBULAT

No	Langkah	Markah
1	$OA = \underline{25 - 7.5}$ 2 $7.5 = 8.75\theta$ $\theta = 0.8571$	1 1 1 3
2	(a) $\theta = 1.396$ (b) $r = \frac{15}{1.396}$ $r = 10.74$	1 1 1 3
3	(a) $\theta = 0.7 \text{ rad}$ (b) $= \frac{1}{2}(20)^2 (0.7)$ or $\frac{1}{2}(8)^2 (1.1)$ $= \frac{1}{2}(20)^2 (0.7) - \frac{1}{2}(8)^2 (1.1)$ $= 104.8$	1 1 1 1 4
4	(a) 1.047 rad or $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ (b) $= \frac{1}{2}(12)^2 (1.047)$ or $\frac{1}{2}(\sqrt{12^2 - 6^2}) 6$	1 1

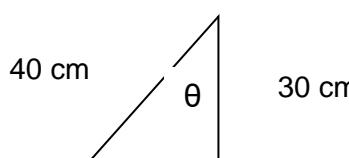
ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

No	Langkah	Markah	
	$= \frac{1}{2}(12)^2 (1.047) - \frac{1}{2} (\sqrt{12^2 - 6^2}) 6$ $= 44.21$	1	
5	<p>(a) $s = r\theta$</p> $= 12(1.92)$ $= 23.04 \text{ cm}$ <p>(b) $= \frac{1}{2}(12)^2 (1.92) - \frac{1}{2}(6)(6) \sin 1.92$</p> $= 138.24 - 16.91$ $= 121.33 \text{ cm}^2$	1 1 1 1	4
6	<p>(a) $\cos \theta = \frac{9}{15}$</p> $\theta = 0.9273 \text{ rad}$ <p>(b) $BC = 12$</p> $= \frac{1}{2} 15^2 (0.9273) - \frac{1}{2} (12)(9)$	1 2 1 1,1	3

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

No	Langkah	Markah	
	= 50.32	1	7
7	(a) $PA = 6 \text{ cm}$	1	
	(b) $= 9 \sin 30^\circ + (15 - 9 \cos 30^\circ) + 15 \left(\frac{\pi}{6}\right) + 6$ $= 25.56$	1,1,1,1 1	
	(c) $PQ = 4.5 \text{ cm}, OQ = 9 \cos 30^\circ$	1	
	$= \frac{1}{2} (15)^2 \left(\frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} (4.5)(9 \cos 30^\circ)$	1,1	
	$= 41.38$	1	10
8	(a) $= \frac{1}{2} (10)^2 (1.876)$	1	
	$= 93.8$	1	
	(b) $= 10(1.876) + 16(\pi - 1.876) + 6$	1,1,1	
	$= 45.016$	1	
	(c) $= \frac{1}{2} (16)^2 (\pi - 1.876) - \frac{1}{2} (10) 1.876 - \frac{1}{2} (6)(\sqrt{91})$	1,1,1	
	$= 39.63$	1	10

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

No	Langkah	Markah
9 (a)	$2r + 0.88r = 22.55$ $r = 7.83 \text{ cm}$ $x = 7.83 \sin 0.44^\circ / \sin 25.21^\circ$ $= 3.335 \text{ cm}$ $\rightarrow \text{length of } PSR = 6.67 \text{ cm}$	1, 1 1 1 1 1
(b)	$\text{or using } PSR^2 = 7.83^2 + 7.83^2 - 2(7.83)(7.83)\cos 0.88^\circ / \cos 50.41^\circ$ $PSR = 6.67 \text{ cm}$ Area of triangle $= \frac{1}{2}(7.83)^2 \sin 0.88^\circ$ Area of sector $= \frac{1}{2}(7.83)^2 0.88$ Area of semicircle $= \frac{1}{2}(3.335)^2 (3.142)$ $\frac{1}{2}(3.335)^2 (3.142) - \left(\frac{1}{2}(7.83)^2 0.88 - \frac{1}{2}(7.83)^2 \sin 0.88^\circ \right)$ $= 14.12 \text{ cm}^2$	1 1 1 1 1 1 1 1 1
(c)		1
		5 [10]
10 (a)	$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{30}{40} \right)$ $= 41.4096^\circ$ $= 2 \times 41.4096^\circ$	1 1 1 1
		5

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

No	Langkah	Markah	
	$\angle AOB = 82.82^\circ$ $= 82.82^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$ $= 1.445 \text{ rad} = 1.45 \text{ rad}$ Tertunjuk. $Lengkok APB , s = j\theta$ $s = 40 \times 1.45$ $= 57.82 \text{ cm}$	1	1
(b)	$\frac{1}{2} \times (40)^2 \times 1.45 - \frac{1}{2} \times (40)^2 \times \sin 82.82^\circ$ $= 793.73 \text{ cm}^2$	1 1	3

➤ **PEMBEZAAN / DIFFERENTIATION**

1. Selesaikan setiap had yang berikut.

Evaluate the following limits.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$

[5 markah]

[5 marks]

2. Selesaikan setiap had yang berikut.

Evaluate the following limits.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{3x + 3}}{x - 2}$$

[5 markah]

[5 marks]

3. Bezakan setiap fungsi yang berikut terhadap x .

Differentiate each of the following function with respect to x .

a) $y = \frac{6}{x^3}$

[3 markah]

[3 marks]

b) $y = 4\sqrt{x} - \frac{8}{\sqrt{x}}$

[3 markah]

[3 marks]

c) $y = \frac{x^2 - x - 1}{\sqrt{x}}$

[4 markah]

[4 marks]

4. Bezakan fungsi $y = 2x^2$ dengan menggunakan prinsip pertama, kemudian, dengan menggunakan rumus kaedah terbitan pertama, semak fungsi tersebut ..

Differentiate the functions $y = 2x^2$ with respect to x , then by using first derivative formulae, check your answers.

[10 markah]

[10 marks]

5. Titik P (4,7) terletak di atas lengkung $y = x^2 - 6x + 15$.

A point P (4,7) lies on the curve $y = x^2 - 6x + 15$.

- a) Cari kecerunan lengkung pada titik P dan persamaan normal pada titik itu.

Find the gradient of the curve at P and the equation of normal at this point.

[3 markah]

[3 marks]

- b) Normal itu bertemu lengkung sekali lagi pada titik Q. Cari koordinat Q.

The normal meets the curve again at point Q. Find the coordinates of Q.

[4 markah]

[4 marks]

- c) Garis tangen pada titik lain di atas lengkung iaitu titik R adalah berserenjang dengan garis tangen di titik P. Cari koordinat x bagi titik R tersebut.

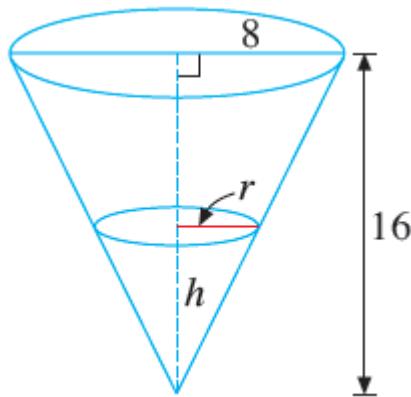
The tangent at another point which is R is perpendicular to the tangent at P.

Find the x coordinate at R.

[3 markah]

[3 marks]

6.



Satu mangkuk berbentuk hemisfera yang mempunyai jejari 8 cm diisi penuh dengan air. Kemudian, air tersebut dipindahkan dengan kadar yang seragam ke dalam bekas kosong berbentuk kon yang mempunyai jejari tapak 8 cm dan tinggi 16 cm, seperti rajah di atas. Diberi bahawa kesemua air dipindahkan dengan kadar $5\frac{1}{3}$ saat dan $V \text{ cm}^3$ mewakili isipadu air di dalam kon pada satu-satu masa t , cari

A hemispherical bowl of radius 8 cm is completely filled with water. The water is then transferred at a steady rate into an empty inverted right circular cone of base radius 8 cm and height 16 cm, with its axis vertical as shown above. Given that all the water is transferred in $5\frac{1}{3}$ seconds and that $V \text{ cm}^3$ represents the amount of water in the cone at any time t , find

- i) $\frac{dv}{dt}$ dalam sebutan π / [3 markah]
 $\frac{dv}{dt}$ in terms of π [3 marks]
- ii) kadar perubahan bagi
the rate of change of
a. tinggi air [4 markah]
the height of water level [4 marks]
b. luas permukaan mengufuk kon [3 markah]
the horizontal surface area of the cone [3 marks]
apabila kedalaman air adalah 6 cm
when the depth of the water is 6 cm

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

7. Cari koordinat titik pegun di atas lengkung $y = x^3 - 3x + 2$ dengan menggunakan kaedah lakaran tangen, seterusnya tentukan sifat titik pegun tersebut.

Find the coordinates of the stationary point on the curve $y = x^3 - 3x + 2$ by using the method of sketch the tangent, then determine the nature of these points.

[6 markah]

[6 marks]

8. Cari koordinat titik pegun di atas lengkung $y = x^3 - 1$ dan tentukan sifat titik pegun tersebut.

Find the coordinates of the stationary point on the curve $y = x^3 - 1$ then determine the nature of these points.

[5 markah]

[5 marks]

9. Cari koordinat titik pegun di atas lengkung $y = x^4 - 4x^3 + 2$ dan tentukan sifat titik pegun tersebut. Dengan menggunakan nilai x yang diperolehi, jelaskan tentang

titik pegun yang diperoleh apabila $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$.

Find the coordinates of the stationary point of the curve $y = x^4 - 4x^3 + 2$ and determine the nature of the stationary points. What can you say about the

stationary point when $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ at that value of x ?

[6 markah]

[6 marks]

10. Cari persamaan normal kepada lengkung $y = \frac{8}{\sqrt{x}}$ pada titik $x = 4$.

Find the equation of the normal to the curve $y = \frac{8}{\sqrt{x}}$ at the point $x = 4$.

[4 markah]

[4 marks]

JAWAPAN : PEMBEZAAN

BIL	JAWAPAN	MARKAH
1.	a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-3)}{x}$ $0-3=-3$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+3)}$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)}{(x+3)}$ $\frac{(3-1)}{(3+3)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	1 1 1 1 1
2.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{3x+3}}{x-2} \times \frac{3 + \sqrt{3x+3}}{3 + \sqrt{3x+3}}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{9 - (3x+3)}{3x + x\sqrt{3x+3} - 6 - 2\sqrt{3x+3}}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - 3x}{3x - 6 + x\sqrt{3x+3} - 2\sqrt{3x+3}}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3(x-2)}{3(x-2) + (x-2)\sqrt{3x+3}}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3}{3 + \sqrt{3x+3}} = \frac{-3}{3+3} = -\frac{1}{2}$	1 1 1 1 1
3.	a) $y = 6x^{-3}$ $\frac{dy}{dx} = -18x^{-4}$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{18}{x^4}$ b) $y = 4x^{\frac{1}{2}} - 8x^{-\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = 2x^{-\frac{1}{2}} + 4x^{-\frac{3}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{4}{(\sqrt{x})^3}$	1 1 1 1 1 1 1 1

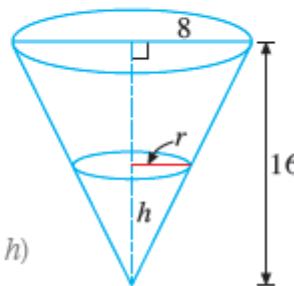
ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

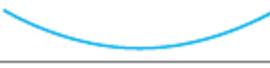
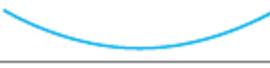
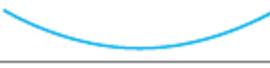
BIL	JAWAPAN	MARKAH
	<p>c) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$</p> $y = x^{(2-\frac{1}{2})} - x^{(1-\frac{1}{2})} - x^{-\frac{1}{2}}$ $y = x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{3\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2(\sqrt{x})^3}$	1 1 1 1 1 1
4.	$\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x}$ $= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x}$ $= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{2(x + \delta x)^2 - 2x^2}{\delta x}$ $= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{2[x^2 + x\delta x + x\delta x + (\delta x)^2] - 2x^2}{\delta x}$ $= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{2[x^2 + 2x\delta x + (\delta x)^2] - 2x^2}{\delta x}$ $= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4x\delta x + 2(\delta x)^2 - 2x^2}{\delta x}$ $= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{4x\delta x + 2(\delta x)^2}{\delta x}$ $= \lim_{\delta x \rightarrow 0} 4x + 2\delta x$ $= 4x + 2(0)$ $\frac{dy}{dx} = 4x$	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
5.	<p>a) $\frac{dy}{dx} = 2x - 6$ at $(4,7)$, $\frac{dy}{dx} = 2(4) - 6 = 2$ Kecerunan lengkung pada titik P ialah 2 dan kecerunan normal pada titik yang sama ialah $-\frac{1}{2}$. Persamaan normal, $y = -\frac{1}{2}x + 9$</p> <p>b) Apabila normal bertemu lengkung sekali lagi, $x^2 - 6x + 15 = -\frac{1}{2}x + 9$ $2x^2 - 12x + 30 = -x + 18$ $2x^2 - 11x + 12 = 0$ $(2x-3)(x-4) = 0$ $x = \frac{3}{2}, x = 4$ Apabila $x = \frac{3}{2}, y = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right) + 9 = \frac{33}{4}$</p> <p>c) The tangent at R is perpendicular to the tangent at P, $2x - 6 = -\frac{1}{2}$ $2x = \frac{11}{2}, x = \frac{11}{4}$</p>	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2

BIL	JAWAPAN	MARKAH
6.	(i) Volume of water in the hemispherical bowl = $\frac{2}{3}\pi(8^3) = 341\frac{1}{3}\pi \text{ cm}^3$	1
	Since the rate of change of V is constant, $\frac{dV}{dt} = \frac{341\frac{1}{3}\pi}{5\frac{1}{3}} = 64\pi \text{ cm}^3/\text{s}$	1
	(ii) For the right circular cone, let the radius be r cm and the height be h cm. Using similar triangles, we have $\frac{r}{h} = \frac{8}{16}$ i.e. $r = \frac{1}{2}h$	1
	(a) Volume of water in the cone, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 h = \frac{\pi}{12}h^3$ (replace r with $\frac{1}{2}h$) $\frac{dV}{dh} = \frac{\pi}{12} \times 3h^2 = \frac{\pi h^2}{4}$ $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \times \frac{dh}{dt}$ i.e. $64\pi = \frac{\pi h^2}{4} \times \frac{dh}{dt}$ $\therefore \frac{dh}{dt} = \frac{64\pi \times 4}{\pi h^2}$ When $h = 6$, $\frac{dh}{dt} = \frac{64 \times 4}{6^2} = 7\frac{1}{9} \text{ cm/s}$	1 1 1 1 1 1
	(b) Area of the horizontal surface, $A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{\pi h^2}{4}$ $\frac{dA}{dh} = \frac{\pi}{2}h$ When $h = 6$, $\frac{dA}{dh} = \frac{\pi}{2}(6) = 3\pi$ $\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dh} \times \frac{dh}{dt} = 3\pi \times 7\frac{1}{9} = 21\frac{1}{3}\pi \text{ cm}^2/\text{s}$	1 1 1



BIL	JAWAPAN	MARKAH																																
7.	$y = x^3 - 3x + 2$ $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 3$ For stationary points, $\frac{dy}{dx} = 0$. $3x^2 - 3 = 0$ $3x^2 = 3$ $x^2 = 1$ $x = 1 \text{ or } x = -1$ $y = 0 \quad y = 4$ The stationary points are $(1, 0)$ and $(-1, 4)$. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-1.1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-0.9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$\frac{dy}{dx}$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$3(-1.1)^2 - 3 = \text{positive}$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$3(-0.9)^2 - 3 = \text{negative}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">Sketch of tangent</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">Outline of graph</td> <td colspan="3" style="padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> </table> $(-1, 4)$ is a maximum point. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0.9</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1.1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$\frac{dy}{dx}$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$3(0.9)^2 - 3 = \text{negative}$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$3(1.1)^2 - 3 = \text{positive}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">Sketch of tangent</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">Outline of graph</td> <td colspan="3" style="padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> </table> $(1, 0)$ is a minimum point.	x	-1.1	-1	-0.9	$\frac{dy}{dx}$	$3(-1.1)^2 - 3 = \text{positive}$	0	$3(-0.9)^2 - 3 = \text{negative}$	Sketch of tangent				Outline of graph				x	0.9	1	1.1	$\frac{dy}{dx}$	$3(0.9)^2 - 3 = \text{negative}$	0	$3(1.1)^2 - 3 = \text{positive}$	Sketch of tangent				Outline of graph				
x	-1.1	-1	-0.9																															
$\frac{dy}{dx}$	$3(-1.1)^2 - 3 = \text{positive}$	0	$3(-0.9)^2 - 3 = \text{negative}$																															
Sketch of tangent																																		
Outline of graph																																		
x	0.9	1	1.1																															
$\frac{dy}{dx}$	$3(0.9)^2 - 3 = \text{negative}$	0	$3(1.1)^2 - 3 = \text{positive}$																															
Sketch of tangent																																		
Outline of graph																																		

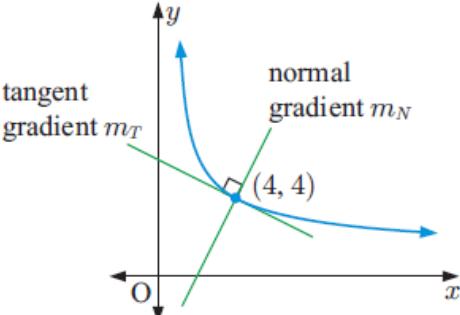
ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH																
8.	$y = x^3 - 1$ $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ For a stationary point, $\frac{dy}{dx} = 0$. $3x^2 = 0$ $x = 0$ $y = -1$ The stationary point is $(0, -1)$. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">x</td><td style="padding: 5px; text-align: center;">-0.1</td><td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td><td style="padding: 5px; text-align: center;">0.1</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$\frac{dy}{dx}$</td><td style="padding: 5px; text-align: center;">$3(-0.1)^2 = \text{positive}$</td><td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td><td style="padding: 5px; text-align: center;">$3(0.1)^2 = \text{positive}$</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">Sketch of tangent</td><td style="padding: 5px; text-align: center;"></td><td style="padding: 5px; text-align: center;"></td><td style="padding: 5px; text-align: center;"></td></tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">Outline of graph</td><td colspan="3" style="padding: 5px; text-align: center;"></td></tr> </table> <p>There is a stationary point of inflection at $(0, -1)$.</p>	x	-0.1	0	0.1	$\frac{dy}{dx}$	$3(-0.1)^2 = \text{positive}$	0	$3(0.1)^2 = \text{positive}$	Sketch of tangent				Outline of graph				1 1 1 1 1 1 1
x	-0.1	0	0.1															
$\frac{dy}{dx}$	$3(-0.1)^2 = \text{positive}$	0	$3(0.1)^2 = \text{positive}$															
Sketch of tangent																		
Outline of graph																		

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH																
9.	$y = x^4 - 4x^3 + 2$ $\frac{dy}{dx} = 4x^3 - 12x^2$ For stationary points, $\frac{dy}{dx} = 0$. $4x^3 - 12x^2 = 0$ $4x^2(x - 3) = 0$ $x = 0 \quad \text{or} \quad x = 3$ $y = 2 \quad \quad \quad y = -25$ The stationary points are $(0, 2)$ and $(3, -25)$. $\frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2 - 24x$ When $x = 0$, $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-0.1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0.1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$\frac{dy}{dx}$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$4(-0.1)^3 - 12(-0.1)^2$ = negative</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$4(0.1)^3 - 12(0.1)^2$ = negative</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">Sketch of tangent</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">Outline of graph</td> <td colspan="3" style="padding: 5px; text-align: center;"></td> </tr> </table> $\therefore (0, 2)$ is a stationary point of inflection. When $x = 3$, $\frac{d^2y}{dx^2} = 36 > 0$. $\therefore (3, -25)$ is a minimum point.	x	-0.1	0	0.1	$\frac{dy}{dx}$	$4(-0.1)^3 - 12(-0.1)^2$ = negative	0	$4(0.1)^3 - 12(0.1)^2$ = negative	Sketch of tangent				Outline of graph				1 1 1 1 1 1 1 1 1
x	-0.1	0	0.1															
$\frac{dy}{dx}$	$4(-0.1)^3 - 12(-0.1)^2$ = negative	0	$4(0.1)^3 - 12(0.1)^2$ = negative															
Sketch of tangent																		
Outline of graph																		

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
10.	<p>When $x = 4$, $y = \frac{8}{\sqrt{4}} = \frac{8}{2} = 4$. So, the point of contact is $(4, 4)$.</p>  <p style="margin-left: 200px;"> Now as $y = 8x^{-\frac{1}{2}}$, $\frac{dy}{dx} = -4x^{-\frac{3}{2}}$ \therefore when $x = 4$, $m_T = -4 \times 4^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{4}$ \therefore the normal at $(4, 4)$ has gradient $m_N = 4$ \therefore the equation of the normal is $2x - 1y = 2(4) - 1(4)$ or $2x - y = 4$ </p>	1 1 1 1 1

➤ **PENGAMIRAN / INTEGRATION**

1. Cari $f(x)$ dalam sebutan x bagi setiap fungsi kecerunan yang diberi.

Find $f(x)$ in terms of x for each of the following gradient function below.

a) $f'(x) = 4x^3 - \frac{2}{x^2} + 4$ [3 markah]

[3 marks]

b) $f'(x) = 8x^2 - \frac{1}{2x^4} + 2x$ [3 markah]

[3 marks]

c) $f'(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{\sqrt{x}}$ [3 markah]

[3 marks]

2. Diberi suatu lengkung dengan fungsi kecerunan $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^5 - 18}{x^3}$, dan titik $(1,6)$ yang terletak di atas lengkung tersebut. Cari persamaan lengkung tersebut.

Given that a curve with the gradient function $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^5 - 18}{x^3}$ and $(1,6)$ is point on the curve. Find the equation of the curve. [4 markah]

[4 marks]

3. Diberi suatu lengkung dengan fungsi kecerunan $\frac{dy}{dx} = 6x + k$, dan k ialah pemalar

Kecerunan normal lengkung tersebut pada titik $(1,-3)$ ialah $\frac{1}{2}$. Cari nilai k dan seterusnya cari persamaan lengkung tersebut.

Given that a curve with the gradient function $\frac{dy}{dx} = 6x + k$, and k is a constant. The gradient of the normal to the curve at the point $(1,-3)$ is $\frac{1}{2}$. Find the equation of the curve. [5 markah]

[5 marks]

4. Kadar perubahan bagi tekanan, p unit, pada kedalaman sepanjang x cm daripada permukaan sesuatu cecair diberi oleh $p'(x) = 0.03x^2$. Jika tekanan pada permukaan cecair adalah 10 unit, cari tekanan pada kedalaman sepanjang 5 cm daripada permukaan cecair tersebut.

The rate of change in pressure, p units, at a depth x cm from the surface of liquid is given by $p'(x) = 0.03x^2$. If the pressure at the surface is 10 units, find the pressure at a depth of 5 cm.

[3 markah]

[3 marks]

5. Kadar pertumbuhan bagi populasi sesebuah bandar diwakilkan dalam bentuk

persamaan iaitu $\frac{dN}{dT} = 400t^{1.05}$, $t \geq 0$, di mana t ialah masa dalam tahun selepas 1995 dan N ialah saiz populasi bandar tersebut. Pada tahun 2000, populasi penduduk di bandar tersebut adalah 32 000. Ramalkan populasi yang mungkin pada tahun 2010.

The growth rate of a city's population has been modelled by the equation

$\frac{dN}{dT} = 400t^{1.05}$, $t \geq 0$, where t is the time in years after 1995 and N is the population size. In the year 2000, the population in the city was numbered 32 000. What will the population be in 2010?

[5 markah]

[5 marks]

6. Suatu lengkung melalui titik (3,5). Diberi kecerunan bagi lengkung tersebut adalah

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - 4.$$

A curve pass through (3,5). The gradient of the curve is given by $\frac{dy}{dx} = x^2 - 4$.

- a) Cari y dalam sebutan x .

Find y in terms of x .

[3 markah]

[3 marks]

- b) Cari koordinat titik pegun bagi lengkung tersebut.

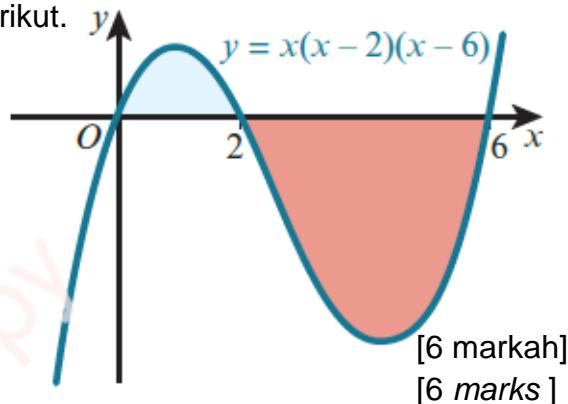
Find the coordinates of any stationary point on the curve given.

[3 markah]

[3 marks]

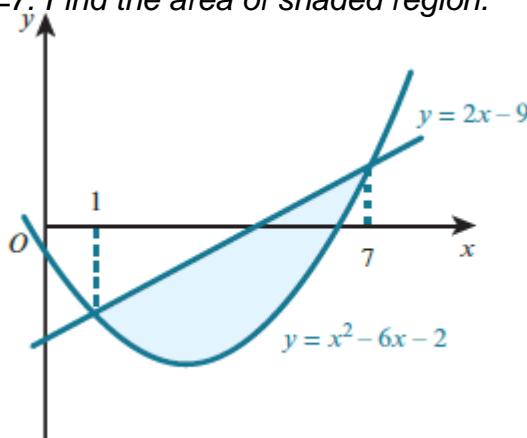
7. Cari jumlah luas bagi kawasan berlorek berikut.

Find the total area of the shaded region.



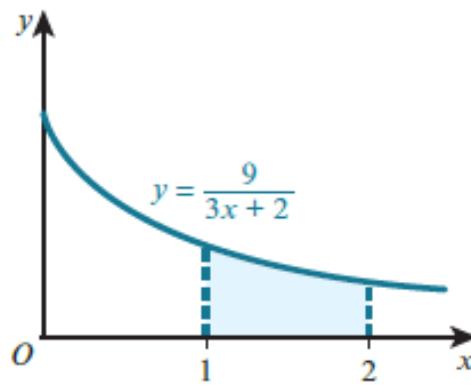
8. Rajah menunjukkan lengkung $y = x^2 - 6x - 2$ dan garis $y = 2x - 9$, yang bersilang pada titik $x = 1$ dan $x = 7$. Cari luas kawasan berlorek.

The diagram shows the curve $y = x^2 - 6x - 2$ and the line $y = 2x - 9$ which intersect when $x=1$ and $x=7$. Find the area of shaded region.



9. Cari isipadu kisaran apabila kawasan berlorek diputarkan 360° pada paksi-x.

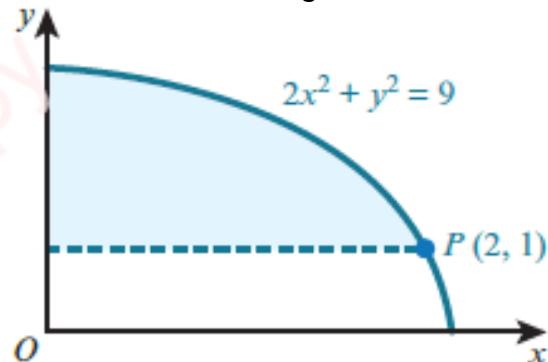
Find the volume obtained when the shaded region is rotated through 360° about x-axis.



ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

10. Cari isipadu kisaran apabila kawasan berlorek diputarkan 360° pada paksi-x.

Find the volume obtained when the shaded region is rotated 360° about x-axis.



[5 markah]
[5 marks]

JAWAPAN PENGAMIRAN

BIL	JAWAPAN	
1.	<p>a $f''(x) = 4x^3 - 2x^{-2} + 4x^0$ $f(x) = \frac{4}{4}x^4 - \frac{2}{(-1)}x^{-1} + \frac{4}{1}x^1 + c$ $= x^4 + 2x^{-1} + 4x + c$ $= x^4 + \frac{2}{x} + 4x + c$</p>	1 1 1
	<p>b $f'(x) = 8x^2 - \frac{1}{2}x^{-4} + 2x^1$ $f(x) = \frac{8}{3}x^3 - \frac{1}{2(-3)}x^{-3} + \frac{2}{2}x^2 + c$ $= \frac{8}{3}x^3 + \frac{1}{6}x^{-3} + x^2 + c$ $= \frac{8}{3}x^3 + \frac{1}{6x^3} + x^2 + c$</p>	1 1 1
	<p>c $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{x}}$ $= x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} - 3x^{-\frac{1}{2}}$ $f(x) = \frac{1}{\left(\frac{5}{2}\right)}x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{\left(\frac{3}{2}\right)}x^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{\left(\frac{1}{2}\right)}x^{\frac{1}{2}} + c$ $= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} - 6\sqrt{x} + c$</p>	1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

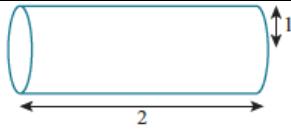
BIL	JAWAPAN	
2.	$\frac{dy}{dx} = \frac{6x^5 - 18}{x^3}$ $= 6x^2 - 18x^{-3}$ $y = 2x^3 + 9x^{-2} + c$ $= 2x^3 + \frac{9}{x^2} + c$ When $x = 1, y = 6.$ $6 = 2(1)^3 + \frac{9}{(1)^2} + c$ $6 = 2 + 9 + c$ $c = -5$ The equation of the curve is $y = 2x^3 + \frac{9}{x^2} - 5.$	1 1 1 1
3.	$\frac{dy}{dx} = 6x + k$ $y = 3x^2 + kx + c$ When $x = 1, y = -3.$ $-3 = 3(1)^2 + k(1) + c$ $c + k = -6 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$ When $x = 1, \frac{dy}{dx} = 6(1) + k = 6 + k$ Gradient of normal $= \frac{1}{2}$ so gradient of tangent $= -2$ $6 + k = -2$ $k = -8$ Substituting for k into (1) gives $c = 2.$ The equation of the curve is $y = 3x^2 - 8x + 2.$	1 1 1 1 1 1

BIL	JAWAPAN	
4.	$\int p'(x)dx = \int 0.03x^2 dx .$ $\therefore p(x) = 0.01x^3 + c - (1)$ $10 = 0.01(0)^3 + c \Leftrightarrow c = 10$ $p(x) = 0.01x^3 + 10 .$ $x = 5, \quad p(5) = 0.01(5)^3 + 10$ $= 11.25$	1 1 1
5.	<p>We start by determining N:</p> $\frac{dN}{dt} = 400t^{1.05} \Rightarrow \int \frac{dN}{dt} dt = \int 400t^{1.05} dt \text{ [i.e., antideriv. b.s. w.r.t. } t]$ $\therefore N = \frac{400}{2.05}t^{2.05} + c$ $= \frac{8000}{41}t^{2.05} + c$ <p>We are given that when $t = 5, N = 32000$.</p> $\therefore 32000 = \frac{8000}{41}(5)^{2.05} + c \Leftrightarrow c = 26713.18$ <p>Therefore, we have that $N = \frac{8000}{41}t^{2.05} + 26713.18$.</p> <p>Then, when $t = 15, N = \frac{8000}{41}(15)^{2.05} + 26713.18 = 76981.36$.</p> <p>So, in 2010 the population would be 7,6981.</p>	1 1 1 1 1 1

BIL	JAWAPAN	MARKAH
6.	<p>a) $\frac{dy}{dx} = x^2 - 4 \Rightarrow y = \frac{x^3}{3} - 4x + c$</p> <p>When $x = 3, 5 = 9 - 12 + c$</p> <p>$\Rightarrow c = 8$</p> <p>So the equation of the curve is $y = \frac{x^3}{3} - 4x + 8$.</p> <p>b) $\frac{dy}{dx} = 0$ at all stationary points.</p> <p>$\Rightarrow x^2 - 4 = 0$</p> <p>$\Rightarrow (x+2)(x-2) = 0$</p> <p>$\Rightarrow x = -2$ or $x = 2$</p> <p>The stationary points are $(-2, 13\frac{1}{3})$ and $(2, 2\frac{2}{3})$.</p>	1 1 1 1 1 1 1
7.	$\int_0^2 x(x-2)(x-6) dx = \int_0^2 (x^3 - 8x^2 + 12x) dx$ $= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{8}{3}x^3 + 6x^2 \right]_0^2$ $= \left(\frac{1}{4}(2)^4 - \frac{8}{3}(2)^3 + 6(2)^2 \right) - \left(\frac{1}{4}(0)^4 - \frac{8}{3}(0)^3 + 6(0)^2 \right)$ $= \left(6\frac{2}{3} \right) - (0)$ $= 6\frac{2}{3}$ $\int_2^6 x(x-2)(x-6) dx = \int_2^6 (x^3 - 8x^2 + 12x) dx$ $= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{8}{3}x^3 + 6x^2 \right]_2^6$ $= \left(\frac{1}{4}(6)^4 - \frac{8}{3}(6)^3 + 6(6)^2 \right) - \left(\frac{1}{4}(2)^4 - \frac{8}{3}(2)^3 + 6(2)^2 \right)$ $= (-36) - \left(6\frac{2}{3} \right)$ $= -42\frac{2}{3}$	1 1 1 1 1 1 1
	Hence, the total area of the shaded regions $= 6\frac{2}{3} + 42\frac{2}{3} = 49\frac{1}{3}$ units ² .	1

BIL	JAWAPAN	MARKAH
8.	$= \int_1^7 (2x - 9) dx - \int_1^7 (x^2 - 6x - 2) dx$ $= \int_1^7 (-x^2 + 8x - 7) dx$ $= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 7x \right]_1^7$ $= \left(-\frac{1}{3}(7)^3 + 4(7)^2 - 7(7) \right) - \left(-\frac{1}{3}(1)^3 + 4(1)^2 - 7(1) \right)$ $= 36 \text{ units}^2$	1 1 1 1 1
9.	$= \pi \int_1^2 y^2 dx = \pi \int_1^2 \left(\frac{9}{3x+2} \right)^2 dx$ $= \pi \int_1^2 81(3x+2)^{-2} dx$ $= \pi \left[\frac{81}{3(-1)} (3x+2)^{-1} \right]_1^2$ $= \pi \left[\frac{-27}{(3x+2)} \right]_1^2$ $= \pi \left[\left(\frac{-27}{8} \right) - \left(\frac{-27}{5} \right) \right]$ $= \frac{81\pi}{40} \text{ units}^3$	1 1 1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	
10.	<p>When the shaded region is rotated about the x-axis, a solid with a cylindrical hole is formed.</p> <p>The radius of the cylindrical hole is 1 unit and the length of the hole is 2 units.</p> $\begin{aligned} \text{Volume of solid} &= \pi \int_0^2 y^2 dx - \text{volume of cylinder} \\ &= \pi \int_0^2 (9 - 2x^2) dx - \pi \times r^2 \times h \\ &= \pi \left[9x - \frac{2}{3} x^3 \right]_0^2 - \pi \times 1^2 \times 2 \\ &= \pi \left[\left(18 - \frac{16}{3} \right) - (0 - 0) \right] - 2\pi \\ &= \frac{32\pi}{3} \text{ units}^3 \end{aligned}$ 	1 1 1 1 1 1

➤ **PILIH ATUR DAN GABUNGAN / PERMUTATION AND COMBINATION**

NO.	SOALAN
1.	(a) Diberi ${}^kC_h = {}^kC_g$, ungkapkan k dalam sebutan h dan g . (b) Diberi ${}^8C_3 = {}^8C_n$, $n \neq 3$, nyatakan nilai bagi n . (3 markah)
2.	(a) Nyatakan nilai fC_f . (b) Satu kertas soalan terdiri daripada bahagian A dan bahagian B. Setiap bahagian mengandungi 5 soalan. Hitungkan bilangan cara yang berlainan jika seorang pelajar perlu memilih 3 soalan daripada bahagian A dan 2 soalan daripada bahagian B. (3 markah)
3.	Berapakah bilangan cara menyusun tujuh orang pelanggan untuk duduk di sebuah meja bulat di sebuah restoran? (2 markah)
4.	Tentukan bilangan cara menyusun lapan butir permata pelbagai warna untuk membentuk seutas rantai. (2 markah)
5.	Sebuah stadium mempunyai 5 pintu masuk. Cari bilangan cara 3 orang boleh memasuki stadium itu dengan menggunakan pintu yang berlainan. (2 markah)
6.	Terdapat 4 helai bendera berwarna putih dan 6 helai bendera berwarna kuning di dalam sebuah kotak. Cari bilangan cara bendera-bendera itu dapat dipasang pada suatu tiang yang mencancang. (2 markah)
7.	(a) Satu pasukan ping pong yang terdiri daripada 4 lelaki dan 4 perempuan hendaklah dibentuk daripada 6 lelaki dan 7 perempuan. Cari bilangan cara pemilihan boleh dibuat jika 2 daripada 7 perempuan tidak boleh dipisahkan. (b) 7 huruf hendak dipilih daripada UNCOPYRIGHTABLE untuk membentuk suatu kata kunci. Cari bilangan katakunci yang dapat dibentuk sekiranya ia mesti dimulai dan diakhiri dengan vocal dan huruf di tengah-tengah kata kunci tersebut mesti huruf konsonan. (4 markah)

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

NO	SOALAN
8.	<p>Ali dikehendaki memainkan 4 buah lagu daripada senarai 7 buah lagu yang disediakan. Daripada 7 buah lagu tersebut, 4 buah lagu ditulis oleh Beethoven dan 3 lagu ditulis oleh Mozart.</p> <p>Cari bilangan cara 4 lagu dapat dipilih jika</p> <ul style="list-style-type: none"> (a) Tiada syarat dikenakan, (b) 2 buah lagu mesti dipilih daripada setiap komposer. <p style="text-align: right;">(3 markah)</p>
9.	<p>Mesyuarat Agung Tahunan Koperasi SMK Tanah Abang diadakan pada bulan Januari bagi memilih 15 orang anggota Lembaga koperasi sekolah tersebut daripada kalangan 12 orang guru dan 20 orang pelajar.</p> <p>Cari bilangan cara berbeza untuk memilih anggota Lembaga koperasi sekolah tersebut jika</p> <ul style="list-style-type: none"> (a) Tiada syarat dikenakan, (b) 6 orang guru dan 9 orang pelajar dipilih. <p style="text-align: right;">(4 markah)</p>
10.	<p>Cari bilangan cara untuk membentuk kata laluan 3 digit bagi sebuah kunci jika</p> <ul style="list-style-type: none"> (a) Ulangan digit dibenarkan, (b) Ulangan digit tidak dibenarkan. <p style="text-align: right;">(3 markah)</p>
11.	<p>Rajah 4 menunjukkan tujuh huruf yang ditulis di atas tujuh keping kad.</p> <div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;"> P E L A M I N </div> <ul style="list-style-type: none"> (a) Cari bilangan susunan yang mungkin, dalam sebaris, bagi semua kad itu. (b) Cari bilangan susunan yang bermula dengan vokal dan berakhir dengan konsonan. <p style="text-align: right;">(3 markah)</p>

JAWAPAN : PILIH ATUR DAN GABUNGAN

NO.	SOALAN
1.	(a) $k = h + g$
	(b) $n = 5$
2.	(a) 1 (b) ${}^5C_3 \times {}^5C_2$ = 100
3.	Terdapat 7 orang pelanggan yang perlu disusun untuk duduk di sebuah meja makan. Maka, bilangan cara menyusun 7 orang pelanggan ialah $(7 - 1)! = 720$ cara.
4.	Diberi $n = 8$. Didapati bahawa susunan mengikut arah jam dan lawan arah jam tidak memberikan perbezaan. Maka, bilangan cara menyusun 8 butir permata untuk membentuk seutas rantai ialah $\frac{(8-1)!}{2} = 2520$
5.	Terdapat 5 pintu yang boleh dimasuki oleh 3 orang penonton. Maka, ${}^5P_3 = 60$
6.	Diberi jumlah bendera , n ialah 10. Bilangan objek secaman ialah 4 helai bendera putih dan 6 helai bendera kuning. Maka, bilangan pilih atur ialah $\frac{10!}{4!6!} = 210$ cara
7.	(a) ${}^6C_4 \times {}^2C_2 \times {}^5C_2 = 225$
	(b) ${}^5P_2 \times {}^{10}P_1 \times {}^{12}P_4 = 2376000$

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

NO	SOALAN
8.	(a) 35 (b) ${}^4C_2 \times {}^3C_2 = 18$
9.	(a) ${}^{32}C_{15} = 565\ 722\ 720$ (b) ${}^{12}C_6 \times {}^{20}C_9 = 155\ 195\ 040$
10.	(a) $10^3 = 1000$ (b) ${}^{10}P_3 @ 10 \times 9 \times 8 = 720$
11.	(a) $7! = 5040$ (b) $3 \times 4 \times {}^5P_5 = 1440$

➤ **TABURAN KEBARANGKALIAN / PROBABILITY DISTRIBUTION**

BINOMIAL

1. It is given that 97% of the microwave ovens produced by a factory approved by Quality Control Unit. If 7 microwave ovens are chosen at random, find the probability that at most one microwave oven is rejected by the Quality Control Unit.

Diberi bahawa 97% daripada ketuhar gelombang mikro yang dihasilkan oleh sebuah kilang diluluskan oleh Unit Kawalan Kualiti. Jika 7 buah ketuhar gelombang mikro dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa selebih-lebihnya sebuah ketuhar gelombang mikro ditolak oleh Unit Kawalan Kualiti.

[4 marks/markah]

2. Diagram 2 shows the graph of a binomial distribution of X .
Rajah 2 menunjukkan graf taburan binomial X .

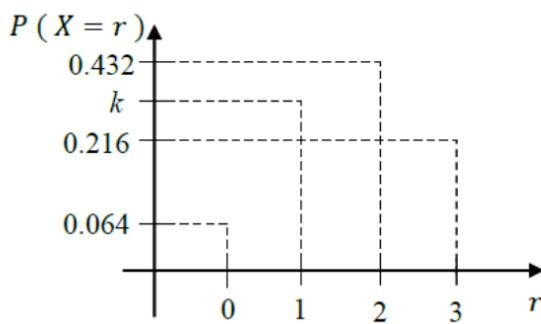


Diagram 2 / Rajah 2

Find

Cari

(a) $P(X \geq 2),$

(b) the value of $k.$

nilai $k.$

[4 marks/markah]

3. 65% of the students in a class are female. 10 students are chosen at random from the class.

65% pelajar di dalam sebuah kelas adalah pelajar perempuan. 10 orang murid dipilih secara rawak daripada kelas itu.

- (a) Find the probability that more than 2 of them are female.

Cari kebarangkalian bahawa lebih daripada 2 orang pelajar ialah pelajar perempuan.

- (b) If the mean number of female students chosen is 26, find the total number of students in the class.

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

Jika min bilangan pelajar perempuan yang dipilih ialah 26, cari jumlah pelajar dalam kelas itu.

[4 marks/markah]

4. If 3 children from a family are chosen at random, plot the graph of the binomial distribution for the number of girls among the children.

Jika 3 orang kanak-kanak daripada sebuah keluarga dipilih secara rawak, plotkan graf taburan binomial bagi bilangan kanak-kanak perempuan.

[4 marks/markah]

5. The random variable X represents a binomial distribution with 6 trials and the probability of failure is $2/5$.

Pemboleh ubah rawak X mewakili taburan binomial dengan 6 percubaan dan kebarangkalian gagal ialah $2/5$.

Find / Cari

(a) the variance of the distributions,

varians bagi taburan itu,

(b) the probability that at least one trial is a success.

kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya satu percubaan berjaya.

[4 marks/markah]

NORMAL

1. The height of a tree in Kampung Selamat agricultural area has a normal distribution with the mean of 175 cm and a standard deviation of 15 cm.

Find the percentage of tree that has an altitude of more than 185 cm.

Ketinggian sebatang pokok di Kawasan pertanian Kampung Selamat mempunyai taburan normal dengan min 175 cm dan sisihan piawai 15 cm.

Cari peratus pokok yang mempunyai ketinggian lebih daripada 185 cm.

[3 marks/markah]

2. Given Z is a standard normal distribution random variable.

Diberi Z ialah pemboleh ubah rawak piawai bagi taburan normal.

Find the value of h if

Cari nilai h jika

(a) $P(Z > h) = 0.3213$

(b) $P(|Z| > h) = 0.3092$

[3 marks/markah]

3. Diagram 3 shows a normal distribution graph representing the mass of rice packed by Syarikat Juara with a standard deviation of 1.2 kg.
Rajah 3 menunjukkan graf taburan normal yang mewakili jisim beras yang dibungkus oleh Syarikat Juara dengan sisihan piawai 1.2 kg.

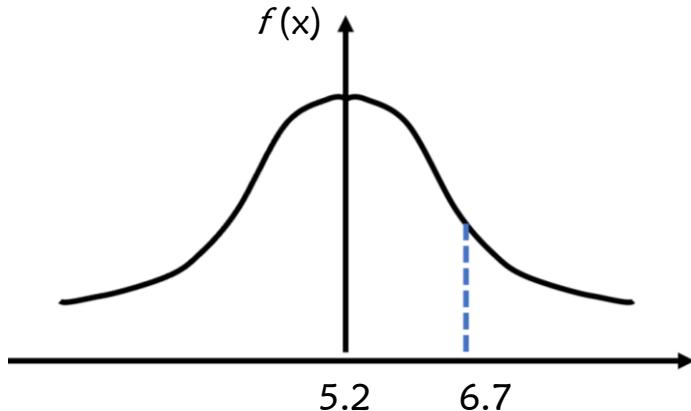


Diagram 3 / Rajah 3

Find / Cari

- (a) the z-score of a pack of rice with a mass of 6.7 kg.
skor-z bagi sekampit beras yang berjisim 6.7 kg.
- (b) $P(X > 6.7)$.

[4 marks/markah]

4. Diagram 4 shows a graph of standard normal distribution.
Rajah 4 menunjukkan sebuah graf taburan normal piawai.

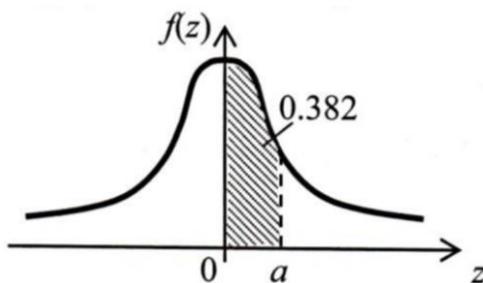


Diagram 4 / Rajah 4

The area of the shaded region is 0.382. Find
Luas Kawasan berlorek ialah 0.382. Cari

- (a) the value of a ,
nilai a,
- (b) $P(Z > -a)$.

[3 marks/markah]

5. Diagram 5 shows the normal distribution graph of the marks of Additional Mathematics test for a group of students.

Rajah 5 menunjukkan sebuah graf taburan normal daripada suatu ujian Matematik Tambahan bagi sekumpulan murid.

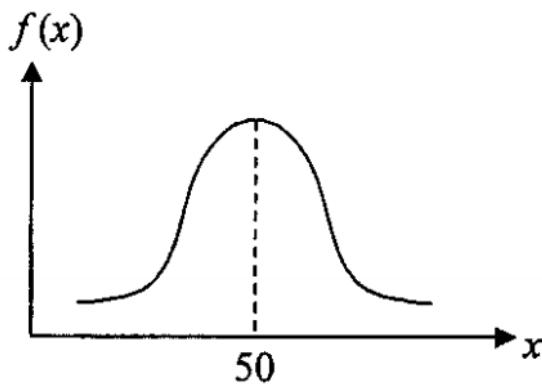


Diagram 5 / Rajah 5

The standard deviation of the marks is 1.04. If 6.88% of the students obtained marks less than b , find the value of b .

Sisihan piawai bagi markah tersebut ialah 1.04. Jika 6.88% daripada murid memperoleh markah kurang daripada b , cari nilai bagi b .

[3 marks/markah]

1. a) Usually, when Razmi casts his fishing rod, 65% of his cast catches a fish.

Kebiasaannya, apabila Razmi membaling joran, 65% daripada balingannya mendapat ikan.

Find,

Cari,

- (i) the probability Razmi will get at least 5 fishes in 6 casts
kebarangkalian Razmi mendapat sekurang-kurangnya 5 ekor ikan dengan 6 balingan,
- (ii) the number of casts made by Razmi so that the probability of getting at least a fish is greater than 0.94.
bilangan balingan yang dibuat oleh Razmi supaya kebarangkalian mendapat sekurang-kurangnya seekor ikan adalah lebih daripada 0.94.

[5 marks / markah]

- (b) The age of the visitors to a restaurant is normally distributed with a mean of 23.5 years old and a standard deviation of 4.1 years old.

Umur pengunjung sebuah restoran bertabur secara normal dengan min 23.5 tahun dan sisihan piawai 4.1 tahun.

Find,
Cari,

- (i) the probability that a visitor chosen randomly from the restaurant is of age between 17 and 23 years old,
kebarangkalian bahawa seorang pengunjung yang dipilih secara rawak di restoran itu berumur di antara 17 hingga 23 tahun.
- (ii) the percentage number of visitors of age more than 17 years old.
peratus bilangan pengunjung yang berumur lebih daripada 17 tahun.

[5 marks / markah]

2. (a) In a game, a player has to guess the number of marbles in a container. Given the probability of making a correct guess is p .
Di dalam suatu permainan, seorang pemain mesti meneka bilangan guli di dalam suatu bekas. Diberi kebarangkalian membuat satu tekaan yang betul adalah p .
- i) Find the value of p and the number of guesses required so that the mean and standard deviation for the number of correct guesses are 36 and $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ respectively.
Cari nilai p dan bilangan tekaan yang betul supaya min dan sisihan piawai bagi bilangan tekaan yang betul adalah 36 dan $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ masing-masing.
 - ii) If a player makes 6 guesses, find the probability that at least 5 of them are wrong.
Sekiranya seorang pemain membuat 6 tekaan, cari kebarangkalian sekurang-kurangnya 5 daripadanya adalah salah.

[5 marks / markah]

- (b) Diagram 5 shows a probability distribution graph for a random variable X that is normally distributed with a standard deviation of 5. X represents the height, in cm of ladies. The graph is symmetrical about the vertical line PQ .
Rajah 5 menunjukkan graf taburan kebarangkalian bagi pemboleh ubah rawak X yang bertaburan secara normal dengan sisihan piawai 5. X mewakili tinggi, dalam cm, bagi wanita. Grafnya adalah simetri pada garis menegak PQ .

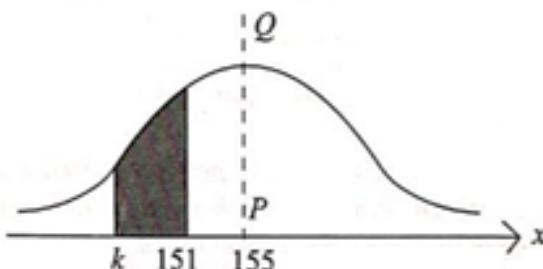


Diagram 5 / Rajah

- (i) If the z -score obtained by standardizing the value of k is -1 , find the value of k .
Sekiranya skor-z yang diperoleh dengan mempiawaikan nilai k ialah -1 , cari nilai k.
- (ii) The height qualification for a female flight attendant is at least 158 cm. 100 ladies tested a new product to increase their height. After six months of consuming the product, estimate the number of ladies who will achieve the height qualification to be a flight attendant.
Kelayakan ketinggian bagi seorang atendan penerbangan wanita ialah sekurang-kurangnya 158 cm. 100 orang wanita mengambil produk baru untuk meningkatkan ketinggian mereka. Selepas enam bulan mengambil produk itu, anggarkan bilangan wanita yang akan mencapai kelayakan tinggi sebagai atendan penerbangan.

[5 marks / markah]

3. (a) The result of a survey in SMK Anakku Sayang shows that 68% of the form five students passed in an Additional Mathematics Monthly Test.

Keputusan satu kajian dalam SMK Anakku Sayang menunjukkan bahawa 68% pelajar tingkatan 5 lulus dalam satu Ujian Bulanan Matematik Tambahan.

- (i) If 10 of the form five students from the school are chosen at random. Calculate the probability that at least 8 of the students passed in Additional Mathematics test.

Jika 10 orang pelajar tingkatan lima dari sekolah tersebut dipilih secara rawak, hitung kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya 8 orang murid lulus ujian Matematik Tambahan.

[3 marks/ markah]

- (ii) If the total number of form five students who are taking Additional Mathematics test in the school is 85 students, find the variance number of students who failed Additional Mathematics test.

Jika seramai 85 orang pelajar tingkatan lima yang mengambil ujian Matematik Tambahan di sekolah tersebut, kirakan varians bilangan pelajar yang gagal ujian Matematik Tambahan.

[2 marks/ markah]

- (b) The height of students in Form 5 Matahari is normally distributed with mean 155 cm and variance 225 cm^2 .

Ketinggian murid-murid dalam Tingkatan 5 Matahari bertabur secara normal dengan min 155 cm dan varians 225 cm^2 .

- (i) If a student is chosen at random from the class, find the probability that the height of students is less than 148 cm.

Jika seorang pelajar dipilih secara rawak daripada kelas itu, cari kebarangkalian bahawa ketinggian pelajar itu kurang daripada 148 cm.

[2 marks/ markah]

- (ii) Find the number of students which is chosen randomly falls in the range of 140 cm and 150 cm, if the total number of students is 35 students.

Cari bilangan murid yang dipilih secara rawak mempunyai ketinggian di antara 140 cm dan 150 cm, sekiranya jumlah murid kelas tersebut ialah 35 orang.

[3 marks/ markah]

4. (a) The result of a study shows that 20% of the pupils in a city cycle to school. If 8 pupils from the city are chosen at random, calculate the probability that

Keputusan suatu kajian menunjukkan 20% daripada pelajar di suatu bandar berbasikal ke sekolah. Jika 8 orang pelajar di bandar itu dipilih secara rawak, hitungkan kebarangkalian

- (i) exactly 2 of them cycle to school
tepat 2 orang pelajar berbasikal ke sekolah

- (ii) less than 3 of them cycle to school.
kurang daripada 3 orang pelajar berbasikal ke sekolah.

[5 marks / markah]

- (b) The height of a group of male students from a certain school is normally distributed with a mean 150.3 cm and the standard deviation n cm. It is given that 67% of the male students have a height more than 148.1 cm.

Tinggi sekumpulan budak lelaki dari sebuah sekolah bertabur secara normal dengan min 150.3 cm dan sisihan piawai n cm. Diberi bahawa 67% daripada murid lelaki mempunyai tinggi melebihi 148.1 cm.

- (i) Calculate the value of n .
Hitung nilai n .

- (ii) Given the number of male students from the school is 180, find the number of male students that has the height between 140.3 cm and 157.8 cm.

Diberi bilangan murid lelaki dari sekolah itu ialah 180 orang, cari bilangan murid lelaki yang mempunyai ketinggian antara 140.8 cm dan 157.8 cm.

[5 marks / markah]

5. (a) A company has 5 telephone lines. The probability of one line being used at any time is $\frac{1}{3}$. Find the probability that

Sebuah syarikat mempunyai 5 talian telefon. Kebarangkalian satu taliandigunakan pada sesuatu masa ialah $\frac{1}{3}$. Cari kebarangkalian bahawa

- (i) at least one line is used at any time,
sekurang-kurangnya satu taliandigunakan pada sesuatu masa,
- (ii) all the lines are used at any time.
semua taliandigunakan pada sesuatu masa.

[5 marks / markah]

- (b) The lengths of cut wires are normally distributed with mean μ and standard deviation σ . 12% of the wires are longer than 16.8 cm while 30% of them are less than 12.5 cm. Calculate

Panjang dawai yang telah dipotong bertabur secara normal dengan min μ dan sisihan piawainya σ . 12% daripada dawai itu lebih panjang daripada 16.8 cm manakala 30% daripada dawai itu kurang daripada 12.5 cm. Hitung

- (i) the value of σ ,
nilai σ ,
- (ii) the value of μ .
nilai μ .

[5 marks / markah]

ANSWERS / JAWAPAN KERTAS 2

1	(a)(i) $p = 0.65, q = 0.35, n = 6$ $P(X \geq 5) = P(X = 5) + P(X = 6)$ $= 6C5 \times (0.65)^5(0.35)^1 + 6C6 \times (0.65)^6(0.35)^0$ $= 0.2437 + 0.07542$ $= 0.3191$ (a)(ii) $P(X \geq 1) > 0.94$ $1 - P(X = 0) > 0.94$ $P(X = 0) < 0.06$ $nC0 \times (0.65)^5(0.35)^n < 0.06$ $(0.35)^n < 0.06$ $n = 2$	
	(b)(i) $P\left(\frac{17 - 23.5}{4.1} < Z < \frac{23 - 23.5}{4.1}\right)$ $= 0.3949 \text{ or } 0.39503$ (b)(ii) $P\left(Z > \frac{17 - 23.5}{4.1}\right)$ $= 0.9435 \text{ or } 0.9436$	
2	(a)(i) $np = 36 \text{ or } npq = \left(\frac{5\sqrt{5}}{2}\right)^2$ $q = 0.8681$ $p = 0.1319, n = 272$ (a)(ii) $P(X = 5) + P(X = 6)$ $= 6C5 \times (0.8681)^5(0.1319)^1 + 6C6 \times (0.8681)^6(0.1319)^0$ $= 0.8181$	
	(b)(i) $\frac{k - 155}{\frac{5}{150}} = -1$ $k = 158$ (b)(ii) $P\left(Z > \frac{158 - 155}{5}\right)$ $= 0.2743 \times 100$ $= 27$	

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

3	(a)(i) $p = 0.68, q = 0.32, n = 10$ $P(X \geq 8)$ $= P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10)$ $= 10C8 \times (0.68)^8 (0.32)^2 + 10C9 \times (0.68)^9 (0.32)^1 +$ $+ 10C10 \times (0.68)^{10} (0.32)^0$ $= 0.2107 + 0.0995 + 0.0211$ $= 0.3313$ (a)(ii) $\sigma^2 = 85(0.68)(0.32)$ $= 18.496$	
4	(b)(i) $\mu = 155, \sigma = 15$ $P(X < 148) = P(Z < -0.4667)$ $= 0.3204$ (b)(ii) $P(140 < X < 150) = P(-1 < Z < -0.3333)$ $= 0.2108$ $No. of students = 35 \times 0.2108$ $= 7$	
	(a)(i) $p = 0.2, q = 0.8, n = 8$ $P(X = 2) = 8C2 \times (0.2)^2 (0.8)^8$ $= 0.2936$ (a)(ii) $P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$ $= 8C0 \times (0.2)^0 (0.8)^8 + 8C1 (0.2)^1 (0.8)^7 +$ $8C2 \times (0.2)^2 (0.8)^6$ $= 0.7969$	
	(b)(i) $P\left(Z > \frac{148.1 - 150.3}{n}\right) = 0.67$ $\frac{148.1 - 150.3}{n} = -0.4399$ $-2.2 = -0.4399$ $n = 5.0011$ (b)(ii) $P(140.3 < X < 157.8)$ $= P\left(\frac{140.3 - 150.3}{5} < Z < \frac{157.8 - 150.3}{5}\right)$ $= P(-2 < Z < 1.5)$ $= 0.9104$ $Bil murid = 0.9104 \times 180$ ≈ 164	

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

5	(a)(i) $p = \frac{1}{3}, q = \frac{2}{3}, n = 5$ $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$ $1 - 5C0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^5$ $= 0.8683$ (a)(ii) $P(X = 5) = 5C5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^0$ $= 0.0041$	
	(b)(i) $P\left(Z > \frac{16.8-\mu}{\sigma}\right) = 0.12$ or $P\left(Z < \frac{12.5-\mu}{\sigma}\right) = 0.3$ $\frac{16.8-\mu}{\sigma} = 1.1750$ or $\frac{12.5-\mu}{\sigma} = -0.5244$ Solve simultaneously $\sigma = 2.53$ $\mu = 13.83$	

➤ **FUNGSI TRIGONOMETRI / TRIGONOMETRIC FUNCTION**

1. Diberi $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$, dan θ adalah sudut tirus, tanpa menggunakan kalkulator, cari

Given that $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$, and that θ is acute angle, without using calculator, find

- a) $\sin^2 \theta$ b) $\cos \theta$ c) $\tan \theta$ d) $\frac{\sin \theta}{\tan \theta - \cos \theta}$

[8 markah]
[8 marks]

2. Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai yang tepat bagi

Without using calculator, find the exact value for

- a) $\sin 45^\circ \sin 60^\circ$ b) $\cos^2 45^\circ$ c)
$$\frac{\tan \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}}{1 - \cos \frac{\pi}{3}}$$

[9 markah]
[9 marks]

3. Ungkapkan yang berikut dalam nisbah trigonometri bagi sudut tirus.

Express in terms of trigonometric ratios of acute angle.

- a) $\cos(-110^\circ)$ b) $\sin 125^\circ$

[6 markah]
[6 marks]

4. Diberi $\sin \theta = -\frac{3}{5}$, dan $180^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$, cari nilai bagi $\tan \theta$ dan $\cos \theta$.

Given that $\sin \theta = -\frac{3}{5}$, and $180^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$, find the value of $\tan \theta$ and $\cos \theta$.

[3 markah]
[3 marks]

5. Diberi $f(x) = 3 \sin 2x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

Given that $f(x) = 3 \sin 2x$ for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

- a) Nyatakan kala bagi graf fungsi $y = f(x)$.

Write down the period of $y = f(x)$.

- b) Nyatakan amplitude bagi graf tersebut.

Write down the amplitude of the graph.

- c) Tuliskan koordinat bagi titik maksimum dan titik minimum.

Write down the coordinates of maximum and minimum point.

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

d) Lakarkan graf fungsi $y = f(x)$.

Sketch the graph of $y = f(x)$.

e) Pada paksi yang sama, lakarkan graf fungsi $y = 3 \sin 2x + 1$

On the same axes, sketch the graph of $y = 3 \sin 2x + 1$.

[10 markah]

[10 marks]

6. Buktikan identiti asas berikut.

Prove the basic identity below.

a) $(1 + \sin x)^2 + (1 - \sin x)^2 + 2\cos^2 x = 4$

[3 markah]

[3 marks]

b) $\frac{1}{\cos x} - \cos x = \sin x \tan x$

[3 markah]

[3 marks]

c) $\frac{1 + \sec x}{\tan x + \sin x} = \operatorname{cosec} x$

[3 markah]

[3 marks]

[3 marks]

7. Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai yang tepat bagi

Without using calculator, find the exact value for

a) $\operatorname{cosec} 240^\circ$ b) $\sin 105^\circ$ c) $\cos 42^\circ \cos 12^\circ + \sin 42^\circ \sin 12^\circ$

[9 markah]

[9 marks]

8. Selesaikan persamaan trigonometri berikut.

Solve the following trigonometric equation.

a) $\sec^2 x - \tan x - 3 = 0$ for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

[4 markah]

[4 marks]

b) $\sin(60^\circ - x) = 2 \sin x$ for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

[4 markah]

[4 marks]

c) $\sin 2x = \sin x$ for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

[4 markah]

[4 marks]

9. Diberi $\sin A = \frac{4}{5}$ and $\cos B = \frac{5}{13}$, di mana A sudut cakah dan B ialah sudut tirus,
cari nilai

Given that $\sin A = \frac{4}{5}$ and $\cos B = \frac{5}{13}$, A is obtuse and B is acute, find the value:

a) $\sin(A+B)$

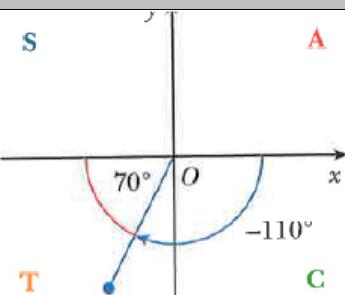
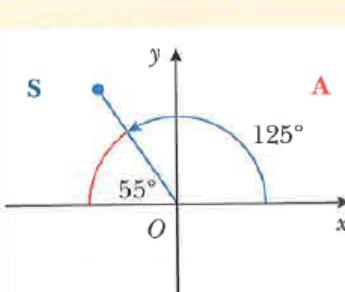
b) $\cos(A-B)$

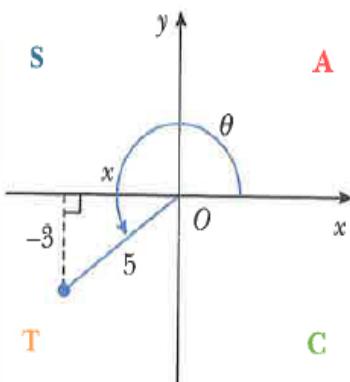
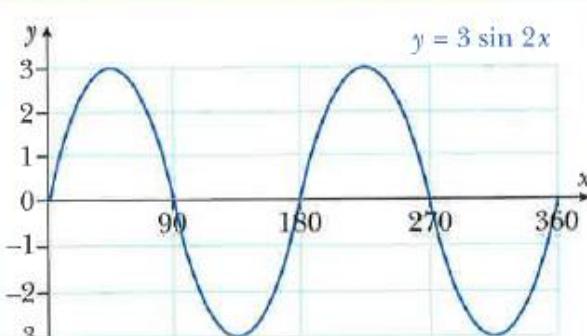
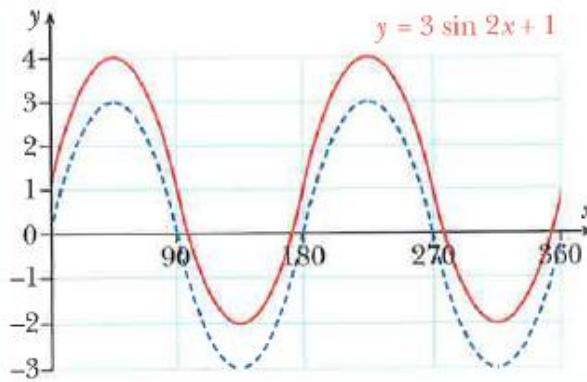
c) $\tan(A-B)$

[9 markah]

[9 marks]

JAWAPAN TRIGONOMETRI

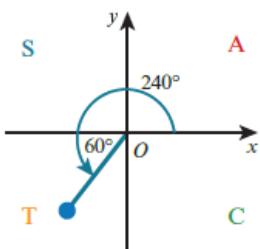
BIL	JAWAPAN	
3	<p>a The acute angle made with the x-axis is 70°. In the third quadrant only \tan is positive, so \cos is negative. $\cos(-110^\circ) = -\cos 70^\circ$</p>	
		1
		1
		1
	<p>b The acute angle made with the x-axis is 55°. In the second quadrant \sin is positive. $\sin 125^\circ = \sin 55^\circ$</p>	
		1
		1
		1

BIL	JAWAPAN	
4	<p>θ is in the third quadrant.</p> <p>$\tan \theta$ is positive and $\cos \theta$ is negative in this quadrant.</p> $x^2 + (-3)^2 = 5^2$ $x^2 = 25 - 9 = 16$ Since $x < 0$, $x = -4$ $\tan \theta = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ and $\cos \theta = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$ 	1 1 1 1
5	<p>a Period $= \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$</p> <p>b Amplitude $= 3$</p> <p>c $y = \sin x$ has its maximum and minimum points at: $(90^\circ, 1), (270^\circ, -1), (450^\circ, 1)$ and $(630^\circ, -1)$</p> <p>Hence, $f(x) = 3 \sin 2x$ has its maximum and minimum points at: $(45^\circ, 3), (135^\circ, -3), (225^\circ, 3)$ and $(315^\circ, -3)$</p> <p>d</p>  <p>e $y = 3 \sin 2x + 1$ is a translation of the graph $y = 3 \sin 2x$ by the vector $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.</p> 	1 1 1 1 1 1 1 1 1

BIL	JAWAPAN	
6	$ \begin{aligned} \text{LHS} &= (1 + \sin x)^2 + (1 - \sin x)^2 + 2 \cos^2 x \\ &= (1 + \sin x)(1 + \sin x) + (1 - \sin x)(1 - \sin x) + 2 \cos^2 x && \text{expand brackets} \\ &= 1 + 2 \sin x + \sin^2 x + 1 - 2 \sin x + \sin^2 x + 2 \cos^2 x && \text{collect like terms} \\ &= 2 + 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x \\ &= 2 + 2(\sin^2 x + \cos^2 x) && \text{use } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ &= 2 + 2 \times 1 \\ &= 4 \\ &= \text{RHS} \end{aligned} $	1 1 1
a)		
b)	$ \begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{1}{\cos x} - \cos x \\ &= \frac{1}{\cos x} - \frac{\cos^2 x}{\cos x} \\ &= \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} && \text{use } 1 - \cos^2 x = \sin^2 x \\ &= \frac{\sin^2 x}{\cos x} \\ &= \sin x \times \frac{\sin x}{\cos x} && \text{use } \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x \\ &= \sin x \tan x \\ &= \text{RHS} \end{aligned} $	1 1 1
c)	$ \begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{1 + \sec x}{\tan x + \sin x} && \text{use } \sec x = \frac{1}{\cos x} \text{ and } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \sin x} && \text{multiply numerator and denominator by } \cos x \\ &= \frac{\cos x + 1}{\sin x + \sin x \cos x} && \text{factorise the denominator} \\ &= \frac{\cos x + 1}{\sin x (\cos x + 1)} && \text{divide numerator and denominator by } (\cos x + 1) \\ &= \frac{1}{\sin x} && \text{use } \cosec x = \frac{1}{\sin x} \\ &= \cosec x \\ &= \text{RHS} \end{aligned} $	1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

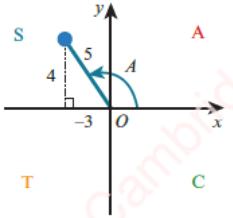
BIL	JAWAPAN	
7 a)	$\begin{aligned}\operatorname{cosec} 240^\circ &= \frac{1}{\sin 240^\circ} \\ &= \frac{1}{-\sin 60^\circ} \\ &= \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ &= -\frac{2}{\sqrt{3}}\end{aligned}$	1 1 1
b)	$\begin{aligned}\sin 105^\circ &= \sin(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\end{aligned}$	1 1 1
c)	$\begin{aligned}\cos 42^\circ \cos 12^\circ + \sin 42^\circ \sin 12^\circ &\quad \text{..... Use } \cos(A - B) \equiv \cos A \cos B + \sin A \sin B. \\ &= \cos(42^\circ - 12^\circ) \\ &= \cos 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$	1 1 1



BIL	JAWAPAN	
8 a)	$\begin{aligned}\sec^2 x - \tan x - 3 &= 0 \\ \tan^2 x - \tan x - 2 &= 0 \\ (\tan x - 2)(\tan x + 1) &= 0 \\ \tan x = 2 \text{ or } \tan x &= -1 \\ \tan x = 2 &\Rightarrow x = 63.4^\circ \text{ (calculator)} \\ &\text{or } x = 63.4^\circ + 180^\circ = 243.4^\circ \\ \tan x = -1 &\Rightarrow x = -45^\circ \text{ (not in required range)} \\ &\text{or } x = -45^\circ + 180^\circ = 135^\circ \\ &\text{or } x = 135^\circ + 180^\circ = 315^\circ\end{aligned}$ <p>The values of x are $63.4^\circ, 135^\circ, 243.4^\circ, 315^\circ$.</p>	1 1 1 1 1

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

BIL	JAWAPAN	
8 b)	$\sin(60^\circ - x) = 2 \sin x$ Expand $\sin(60^\circ - x)$. $\sin 60^\circ \cos x - \cos 60^\circ \sin x = 2 \sin x$ Use $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ and $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = 2 \sin x$ Multiply both sides by 2. $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 4 \sin x$ Add $\sin x$ to both sides. $\sqrt{3} \cos x = 5 \sin x$ Rearrange to find $\tan x$. $\frac{\sqrt{3}}{5} = \tan x$ $x = 19.1^\circ$ or $x = 180^\circ + 19.1^\circ$ The values of x are 19.1° and 199.1° .	1 1 1 1 1 1
c)	$\sin 2x = \sin x$ $2 \sin x \cos x = \sin x$ $2 \sin x \cos x - \sin x = 0$ $\sin x(2 \cos x - 1) = 0$ $\sin x = 0$ or $\cos x = \frac{1}{2}$ $\sin x = 0 \Rightarrow x = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ $\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 60^\circ$ or $x = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ The values of x are $0^\circ, 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ, 360^\circ$.	1 1 1 1 1 1 1 1

BIL	JAWAPAN	
9	 $\sin A = \frac{4}{5}, \cos A = -\frac{3}{5}, \tan A = -\frac{4}{3}$ $\sin B = \frac{12}{13}, \cos B = \frac{5}{13}, \tan B = \frac{12}{5}$	
a)	a $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ $= \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right)$ $= -\frac{16}{65}$	1 1 1
b)	b $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ $= \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right)$ $= \frac{33}{65}$	1 1 1
c)	c $\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$ $= \frac{\left(-\frac{4}{3}\right) - \left(\frac{12}{5}\right)}{1 + \left(-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{12}{5}\right)}$ $= \frac{56}{33}$	1 1 1

Soalan Question	Kekangan Constraint	Jawapan model Answer of model
1	y lebih daripada x . y is more than x .	
2	y kurang daripada x . y is less than x .	
3	y tidak lebih daripada x . y is not more than x .	
4	y tidak kurang daripada x . y is not less than x .	
5	y sekurang-kurangnya 2 kali ganda daripada x . y is at least two times of x .	
6	y selebih-lebihnya 2 kali ganda daripada x . y is at most two times of x .	
7	Jumlah x dan y tidak lebih daripada 10. <i>The total of x and y is not more than 10.</i>	
8	Jumlah x dan y tidak kurang daripada 10. <i>The total of x and y is not less than 10.</i>	
9	Nilai terkecil bagi y ialah 30. <i>The smallest value of y is 30.</i>	
10	Nilai terbesar bagi y ialah 50. <i>The greatest value of y is 50.</i>	
11	x melebihi tiga kali ganda y sebanyak 20 atau kurang. x exceeds three times of y by 20 or less.	
12	x melebihi tiga kali ganda y sebanyak 30 atau lebih. x exceeds three times of y by 30 or more.	
13	Nisbah y kepada x ialah 2 kali atau lebih. <i>The ratio of y to x is 2 or more.</i>	

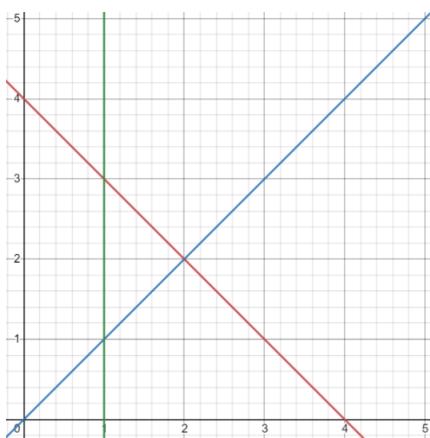
Soalan 14 / Question 14.

Berdasarkan rajah dibawah, lorekkan rantau R yang memenuhi ketiga-tiga model:

Base on the diagram below, shade the region R that satisfies all three models:

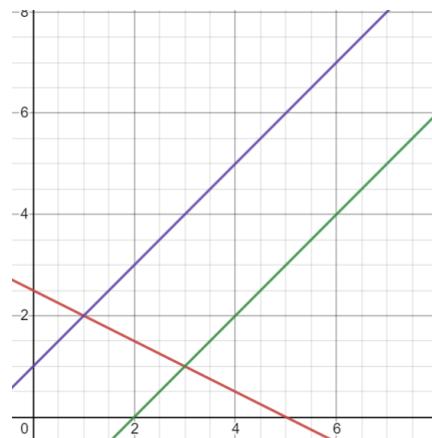
(a) $x \geq 1$, $y \geq x$, $x \leq 4 - y$

Jawapan/Answer:



(b) $x + 2y \geq 5$, $x - y \leq 2$, $y - x \leq 1$

Jawapan/Answer:



TAHAP PENILAIAN 2 (TP2)

Soalan 15 / Question 15.

Kedai buku Azha menjual dua jenis buku resepi, buku resepi tempatan dan buku resepi antarabangsa. Kedai buku tersebut menjual x buku resepi tempatan dan y buku resepi antarabangsa. Bilangan bagi buku resepi antarabangsa melebihi buku resepi tempatan sebanyak 20 atau kurang. Bilangan buku resepi tempatan selebih-lebihnya tiga kali ganda bilangan buku resepi antarabangsa. Jumlah buku resepi tidak lebih daripada 60. Tulis model matematik yang melibatkan sistem ketaksamaan linear bagi mewakili kekangan I, kekangan II dan kekangan III selain daripada $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

Azha Bookshop sell two types of recipe books, the local and international recipe books. The bookshop sell x local recipe books and y international recipe books. The number of international recipe exceeds local recipe book by 20 or less. The number of local recipe books is at most three times the number of international recipe books. The total number of recipe book is not more than 60. Write a mathematical model involving a system of linear inequalities to represent constraint I, constraint II and constraint III other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$.

Jawapan / Answer:

Soalan 16 / Questions 16.

Sebuah pusat latihan catur menawarkan dua kursus, permulaan dan pertengahan. Bilangan peserta kursus permulaan ialah x dan bilangan peserta kursus pertengahan ialah y . Pengambilan peserta adalah berdasarkan kekangan-kekangan berikut :

The chess training centre offer to courses, beginner and intermediate. The number of participants for course beginner is x and the number of participants for course intermediate is y . The intake of the participants is base on the following constraints :

- I : Bilangan maksimum peserta ialah 70
The maximum number participants is 70
- II : Bilangan peserta kursus pertengahan adalah sekurang-kurangnya 5
The number of participants for course intermediate is at least 5
- III : Bilangan peserta kursus pertengahan selebih-lebihnya $\frac{4}{3}$ kali bilangan kursus permulaan
The number of participants for course intermediate is at most $\frac{4}{3}$ times the number of participants for course beginner.

Jawapan / Answer:

Soalan 17 / Question 17.

Pekerja bagi sebuah syarikat menggunakan x pen papan putih bewarna biru dan y pen papan putih bewarna merah tertakluk kepada kekangan-kekangan berikut:

The staff of a company uses x blue whiteboard marker and red whiteboard marker subject to the following constraints:

- I : Bilangan pen papan putih yang digunakan tidak boleh melebihi 120.
The total number of whiteboard marker used cannot be more than 120.
 - II : Bilangan pen papan putih bewarna biru yang digunakan tidak boleh melebihi dua kali ganda bilangan pen papan putih bewarna merah.
The number of blue whiteboard marker used cannot be more than two times the number of red whiteboard marker.
 - III : Bilangan pen papan putih bewarna merah yang digunakan melebihi bilangan pen papan putih berwarna biru yang digunakan selebih-lebihnya 50.
The number of red whiteboard marker used exceed the number of blue whiteboard marker used by at most 50.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the above constraints.
- (b) Denagan menggunakan skala 2cm kepada 10 peserta pada kedua-dua belah paksi, bina dan lorekkan rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.
Using a scale of 2cm to 10 participants on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints.

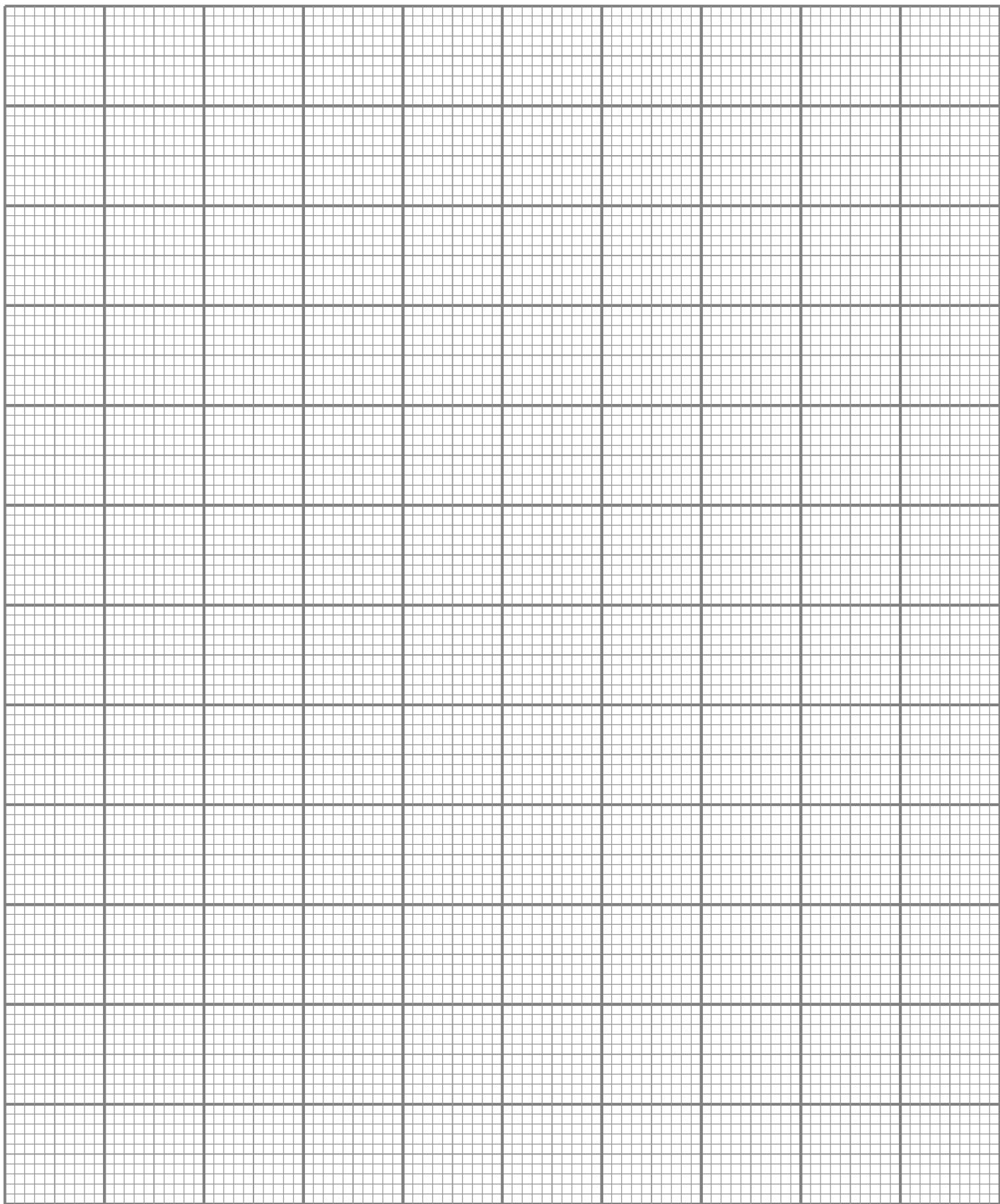
Jawapan / Answer:

(a)

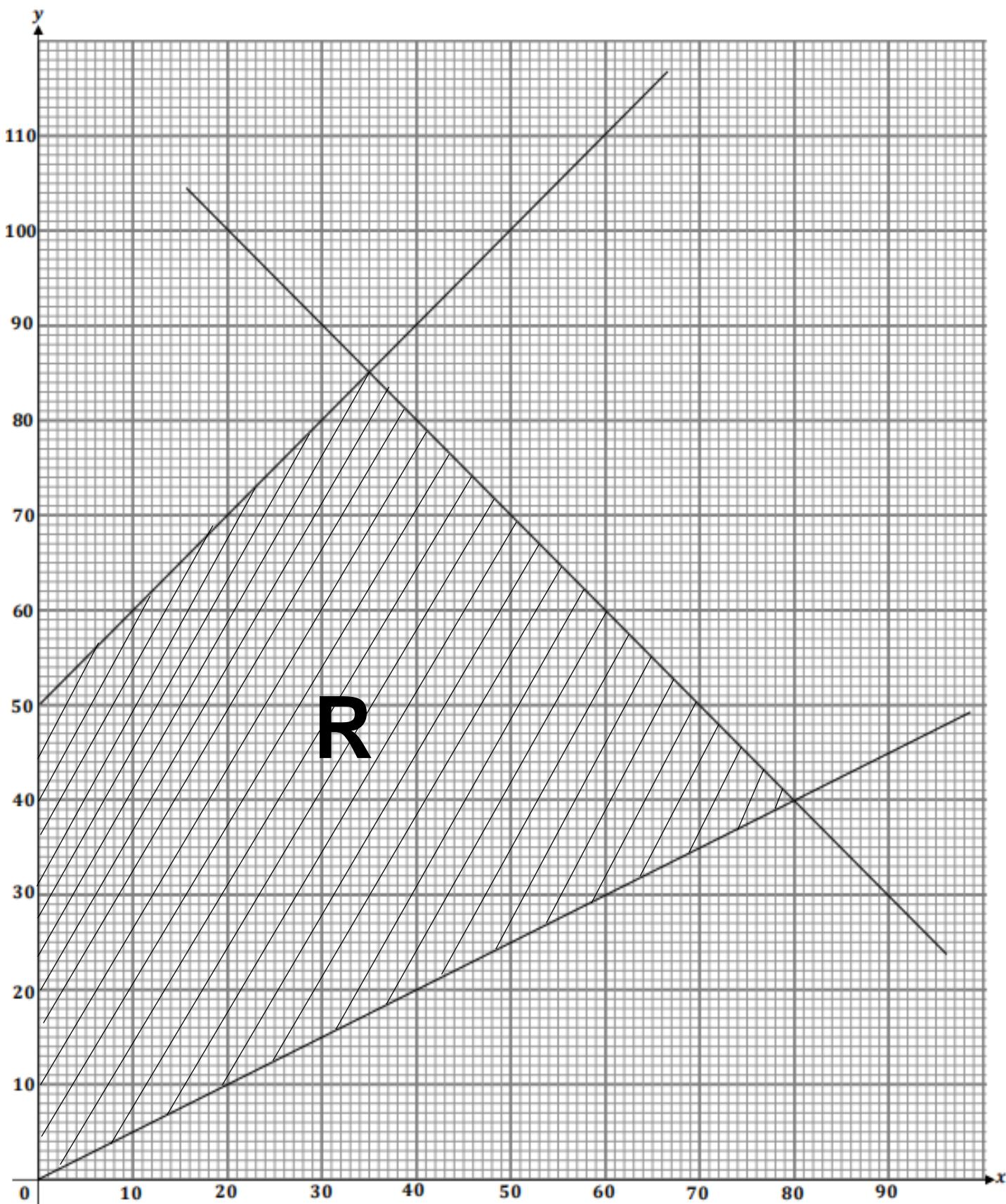
(b) Rujuk graf 17.
Refer to the graf 17.

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

Graf 17



Soalan 18 / Question 18.



Berdasarkan graf diatas. Cari
Base on the graf above. Find

- (i) bilangan minimum bagi pen papan putih bewarna merah yang digunakan jika bilangan pen papan putih bewarna biru yang digunakan ialah 60
the minimum number of red whiteboard marker that can be used if the number blue whiteboard pen that can be used is 60.
- (ii) bilangan maksimum bagi pen papan putih berwarna biru yang digunakan
the maximum number of blue whiteboard marker that can be used
- (iii) julat bagi bilangan pen papan putih bewarna biru yang digunakan jika bilangan pen papan putih bewarna merah digunakan ialah 70
the range of the number of blue whiteboard marker that can be used if the number red whiteboard marker that can be used is 70
- (iv) julat bagi bilangan pen papan putih bewarna merah yang digunakan jika bilangan pen papan putih bewarna biru digunakan ialah 40
the range of the number of red whiteboard marker that can be used if the number blue whiteboard marker that can be used is 40

Jawapan / Answer:

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

Soalan 19 / Question 19.

Setiausaha sukan SMK Sultanah Bahiyah merancang untuk membeli x unit set catur dan y unit raket badminton untuk tahun akademik yang baharu, tertakluk kepada kekangan berikut :

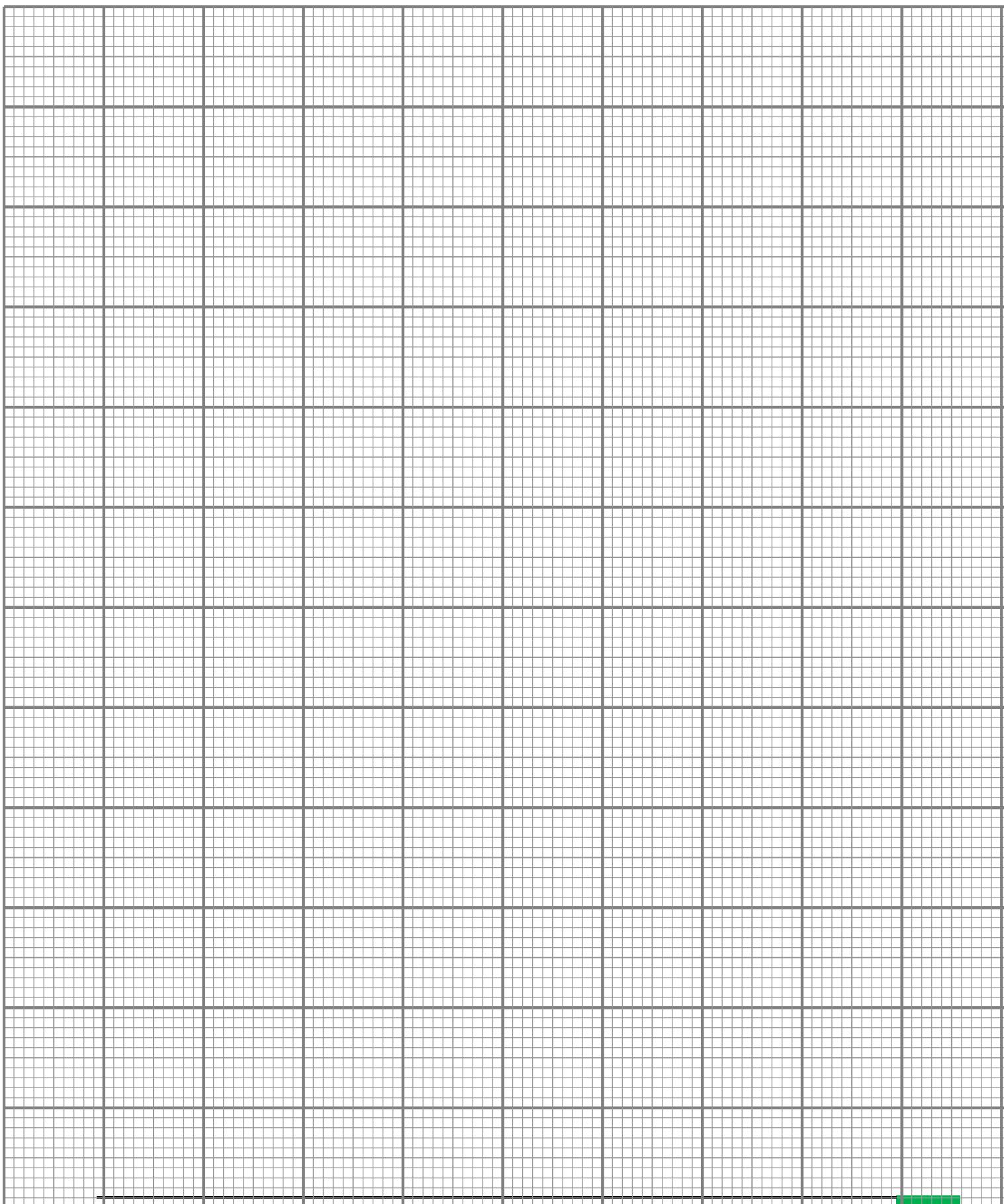
The sports secretary of SMK Sultanah Bahiyah plans to purchase x units of chess sets and y units of badminton rackets for the new academic year, subject to the following constraints:

- I : Bilangan unit yang dibeli tidak lebih dari 80.
The total number of unit bought should not more than 80.
 - II : Bilangan unit raket badminton dibeli tidak lebih daripada 6 kali ganda bilangan unit set catur.
The number of badminton racket unit bought should not more than 6 times the number of chess set unit.
 - III : Bilangan unit raket badminton yang dibeli melebihi bilangan unit set catur yang dibeli dengan sekurang-kurangnya 20.
The number of racket badminton unit bought should exceed the number of chess set unit bought by at least 20.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the above constraints.
- (b) Denagan menggunakan skala 2cm kepada 10 peserta pada kedua-dua belah paksi, bina dan lorekkan rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.
Using a scale of 2cm to 10 participants on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints.
- (c) Berdasarkan soalan 17 (b), Cari
Base on questions 17 (b), Find
 - (i) julat bagi bilangan unit raket badminton yang dibeli jika bilangan unit set catur yang dibeli ialah 20
the range of the number of badminton racket unit bought if the number of chess set unit bought is 20
 - (ii) peruntukan maksimum yang diperlukan jika kos harga bagi set catur dan raket badminton masing-masing ialah RM130 dan RM100.
the maximum allocation needed if the cost prices of a chess set and badminton racket is RM130 and 100 respectively.

Jawapan / Answer:

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

Soalan 20 / Question 20.

A large grid of squares, approximately 10 columns by 15 rows, intended for students to show their working for Question 20.

Sebuah syarikat memperoleh tender mengecat sebuah bangunan lama. Bangunan itu mesti dicat dengan cat bewarna hijau dan cat bewarna kuning. Bilangan tin cat bewarna hijau ialah x dan bilangan tin cat bewarna kuning ialah y . Kerja-kerja mengecat adalah berdasarkan kekangan berikut :

The company obtained a painting tender of a old building. The building is to be painted with a yellow paint and a green paint. The number of the yellow paint is x and the green paint is y . The painting works are based on the following constraints :

- I : Bilangan tin cat bewarna kuning yang digunakan tidak melebihi 6 kali bilangan tin cat hijau yang digunakan.

The number of yellow paint used cannot more than six times the number green paint used.

- II : Bilangan tin cat bewarna kuning yang digunakan melebihi bilangan tin cat bewarna hijau yang digunakan sekurang-kuranya 5.

The number of yellow paint used exceed the number green paint used by at least 5.

- (a) Tulis model matematik yang melibatkan sistem ketaksamaan linear bagi mewakili kekangan I dan kekangan II.

Write a mathematical model involving a system of linear inequalities to represent constraints I and constraints II.

- (b) Kekangan ketiga diwakili oleh rantau berlorek yang mewakili masa mengecat seperti yang ditunjukkan dalam rajah. Masa yang diambil bagi satu tin cat bewarna hijau ialah 4 jam dan satu tin cat bewarna kuning ialah 2 jam . Tuliskan ayat kekangan tersebut dalam jam.

The third constraint is represented by a shaded region that represents the painting time as that shown in the diagram. The time taken for one can of green paint is 4 hour and one can of yellow paint it is 2 hour. Write the sentence constraint in hour.

- (c) Bina dan lorekkan rantau R yang memenuhi ketiga-tiga kekangan dengan menggunakan skala 2cm kepada 5 tin pada kedua-dua paksi. Seterusnya, dengan menggunakan graf yang sama, cari

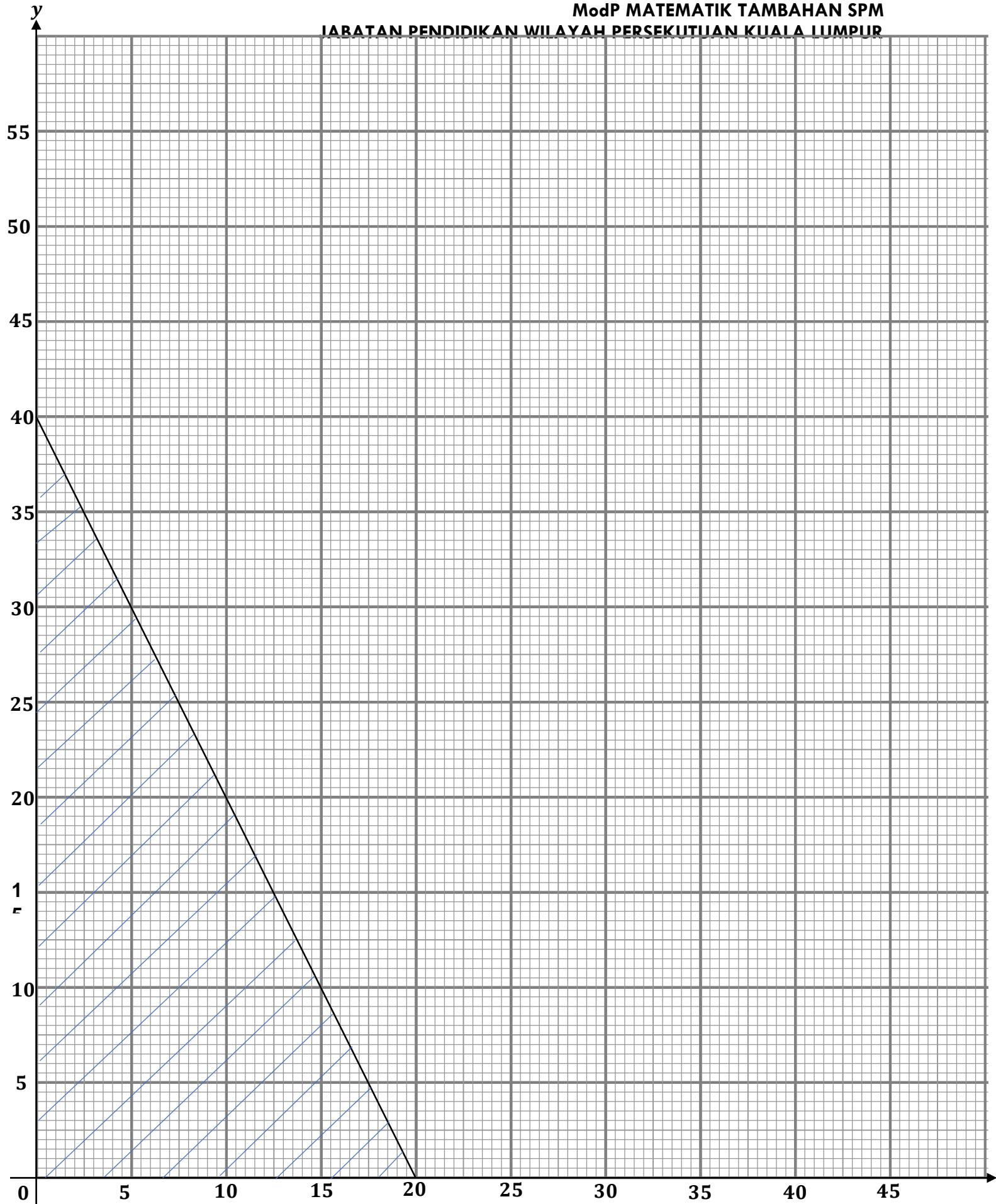
Construct and shade a region R that satisfies all three constraints using a 2cm scale to 5 cans on both axes. Next, using the same graph, find

- (i) bilangan minimum tin cat kuning jika bilangan cat hijau ialah 7

the minimum number of cans of yellow paint if the number of green paint is 7

- (ii) perbelanjaan maksimum untuk cat jika harga cat hijau ialah RM100 setin dan harga bagi cat kuning ialah RM150 setin.

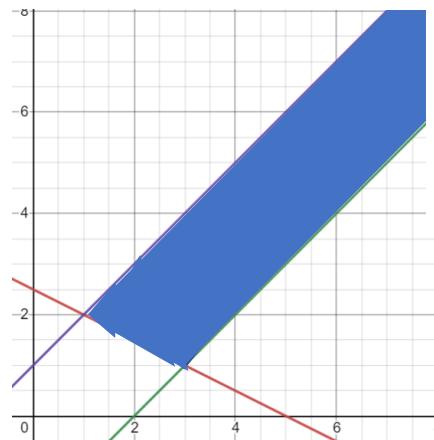
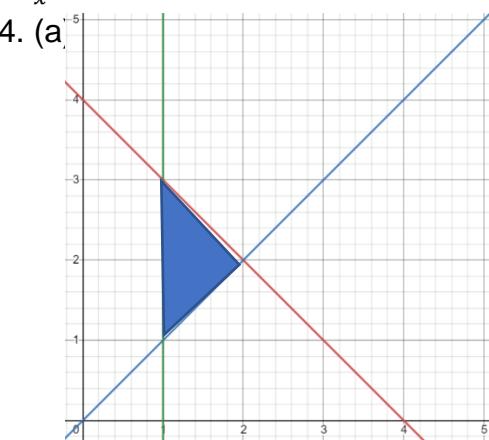
maximum expenditure for paint if the price of green paint is RM100 per cans and the price for paint yellow is RM150 per cans.



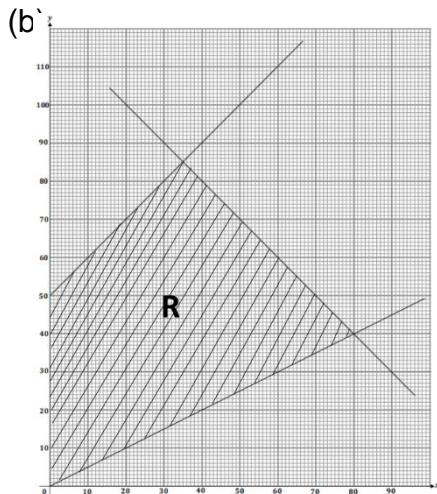
PENGATURCARAAN LINEAR

Jawapan/Answer:

1. $y > x$
2. $y < x$
3. $y \leq x$
4. $y \geq x$
5. $y \geq 2x$
6. $y \leq 2x$
7. $x + y \leq 10$
8. $x + y \geq 10$
9. $y \geq 30$
10. $y \leq 50$
11. $x - 3y \leq 20$
12. $x - 3y \geq 30$
13. $\frac{y}{x} \geq 2$
14. (a)



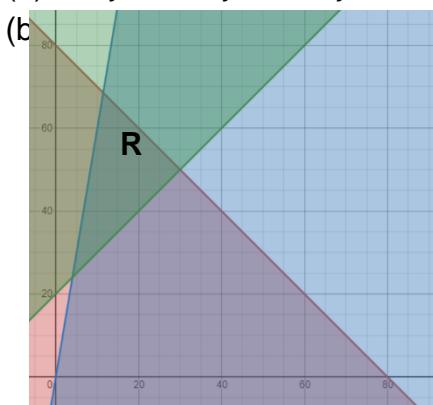
15. $y - x \leq 20$, $x \leq 3y$, $x + y \leq 60$
16. I : $x + y \leq 70$, II : $y \geq 5$, III : $y \leq \frac{4}{3}x$
17. (a) I : $x + y \leq 120$, II : $x \leq 2y$, III : $y - x \geq 50$



18. (i) 30 (ii) 80 (iii) $20 \leq x \leq 50$

(iv) $20 \leq y \leq 80$

19. (a) $x + y \leq 80$, $y \leq 6x$, $y - x \geq 20$



(c) (i) $40 \leq y \leq 60$

(ii) Peruntukan maksimum = $130(30) + 100(50)$

Maximum allocation = 8900

20. (a) I : $y \leq 6x$

II : $y - x \geq 5$

(b) $m = \frac{40-0}{0-20}$

$m = -2$

$y - 0 = -2(x - 20)$

$y = -2x + 40$

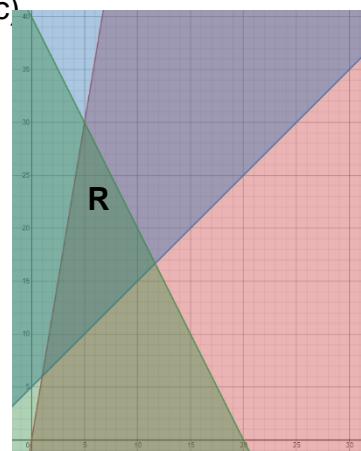
$y + 2x = 40$

$2y + 4x = 80$

Jumlah masa yang diambil untuk megecat kedua-dua cat tersebut tidak lebih daripada 80 jam.

The total time taken to paint the two paints is not more than 80 hours.

(c)



(i) 12

(ii) Perbelanjaan maksimum = $100(5) + 150(30)$

Maximum expenditure = 5000

➤ **KINEMATIK GERAKAN LINEAR / KINEMATICS OF LINEAR MOTION**

1. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus dan melalui satu titik tetap O.

Pada masa t saat, sesarannya daripada O diberi oleh $s = t^3 - 12t^2 + 45t$.

A particle moves in straight line so that, t seconds after passing a fixed point O, its displacement, s metres, from O is given by $s = t^3 - 12t^2 + 45t$.

- a) Cari halaju zarah itu apabila $t = 2$

Find the velocity when $t = 2$

- b) Cari pecutan zarah apabila $t = 4$

Find the acceleration when $t=4$.

- c) Cari nilai t apabila zarah itu rehat seketika.

Find the values of t when the particle instantaneously at rest.

- d) Cari jarak zarah itu daripada O apabila $t = 7$.

Find the distance of the particle from O when $t=7$

- e) Cari jumlah jarak yang dilalui oleh zarah tersebut pada 7 saat pertama.

Find the total distance travelled by the particle during the first 7 seconds.

[15 markah]

[15 marks]

2. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus dan melalui satu titik tetap O

dengan halaju 8 ms^{-1} . Pecutannya, a ms^{-2} , t saat selepas melalui titik O adalah

$$a = 2t + 1.$$

A particle moving in straight line passes a fixed point O, with velocity 8 ms^{-1} .

Its acceleration a ms^{-2} , t seconds after passing through O is given by $a = 2t + 1$.

- a) Cari halaju zarah itu apabila $t = 3$

Find the velocity when $t = 3$

- b) Cari sesaran zarah daripada O apabila $t = 3$

Find the displacement from O when $t = 3$

[8 markah]

[8 marks]

3. Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui suatu titik tetap O dengan halaju 3 ms^{-1} . Pecutannya, $a \text{ ms}^{-2}$, diberi oleh $a = 2 - 2t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O. Zarah tersebut berhenti seketika pada masa, $t = k$ s. Cari

A particle moves along a straight line and passes through a fixed point O with a velocity of 3 ms^{-1} . Its acceleration, $a \text{ ms}^{-2}$, is given by $a = 2 - 2t$, where t is the time, in seconds, after passing through O. The particle stops momentarily at time, $t = k$ s. Find

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif.]

[Assume motion to the right as positive.]

(a) the maximum velocity, in ms^{-1} , of the particle,

halaju maksimum, dalam ms^{-1} , zarah itu,

[2 markah]

[2 marks]

(b) the value of k ,

nilai k ,

[3 markah]

[3 marks]

(c) the distance, in m, travelled during the third second,'

jarak, dalam m, yang dilalui pada saat ketiga,

[3 markah]

[3 marks]

(d) the value of t , correct to two decimal places, when the particle passes O again.

nilai t , betul kepada dua tempat perpuluhan, apabila zarah itu melalui O kembali.

[2 markah]

[2 marks]

JAWAPAN KINEMATIK GERAKAN LINEAR

BIL	JAWAPAN	MARKAH
1.	<p>a)</p> $s = t^3 - 12t^2 + 45t$ $v = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 24t + 45$ <p>When $t = 2$, $v = 3(2)^2 - 24(2) + 45 = 9$</p> <p>b)</p> <p>The velocity is 9 m s^{-1} when $t = 2$.</p> $v = 3t^2 - 24t + 45$ $a = \frac{dv}{dt} = 6t - 24$ <p>When $t = 4$, $a = 6(4) - 24 = 0$</p> <p>The acceleration is 0 m s^{-2} when $t = 4$.</p>	
c)	<p>The particle is at instantaneous rest when $v = 0$.</p> $3t^2 - 24t + 45 = 0$ $t^2 - 8t + 15 = 0$ $(t - 3)(t - 5) = 0$ $t = 3 \text{ or } t = 5$ <p>The particle is at instantaneous rest when $t = 3$ and $t = 5$.</p>	
d)	<p>When $t = 7$, $s = (7)^3 - 12(7)^2 + 45(7) = 70$.</p> <p>The particle is 70 m from O when $t = 7$.</p>	
e)	<p>When $t = 0$, $s = 0$.</p> <p>Critical values are when $t = 3$ and $t = 5$.</p> <p>When $t = 3$, $s = (3)^3 - 12(3)^2 + 45(3) = 54$.</p> <p>When $t = 5$, $s = (5)^3 - 12(5)^2 + 45(5) = 50$.</p> <p>Total distance travelled = $54 + (54 - 50) + (70 - 50) = 78 \text{ m}$.</p>	

2.
a)

$$a = 2t + 1$$

$$v = \int a \, dt$$

$$= \int (2t + 1) \, dt$$

$$= t^2 + t + c$$

Using $v = 8$ when $t = 0$, gives $c = 8$

$$v = t^2 + t + 8$$

When $t = 3$, $v = (3)^2 + (3) + 8 = 20$

The particle's velocity when $t = 3$ is 20 m s^{-1} .

b)

$$v = t^2 + t + 8$$

$$s = \int v \, dt$$

$$= \int (t^2 + t + 8) \, dt$$

$$= \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 8t + c$$

Using $s = 0$ when $t = 0$, gives $c = 0$

$$s = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 8t$$

When $t = 3$, $s = \frac{1}{3}(3)^3 + \frac{1}{2}(3)^2 + 8(3) = 37.5$

Its displacement when $t = 3$ is 37.5 m .

ModP MATEMATIK TAMBAHAN SPM
JABATAN PENDIDIKAN WILAYAH PERSEKUTUAN KUALA LUMPUR

3.	a) $v = 2t - t^2 + c$ $v = 2t - t^2 + 3$ $v_{max}, a = 2 - 2t = 0$ $t = 1$ $v_{max} = 2 - \frac{2(1)^2}{2} + 3$ $= 4$ b) $v = 0$ $2k - k^2 + 3 = 0$ $k^2 - 2k - 3 = 0$ $(k - 3)(k + 1) = 0$ $k = 3$ c) $s = \int_2^3 (2t - t^2 + 3) dt$ $= \left[t^2 - \frac{t^3}{3} + 3t \right]_2^3$ $= \frac{5}{3}$ d) $s = 0$ $t^2 - \frac{t^3}{3} + 3t = 0$ $3t^2 - t^3 + 9t = 0$ $t^2 - 3t - 9 = 0$ $t = 4.854$
----	--